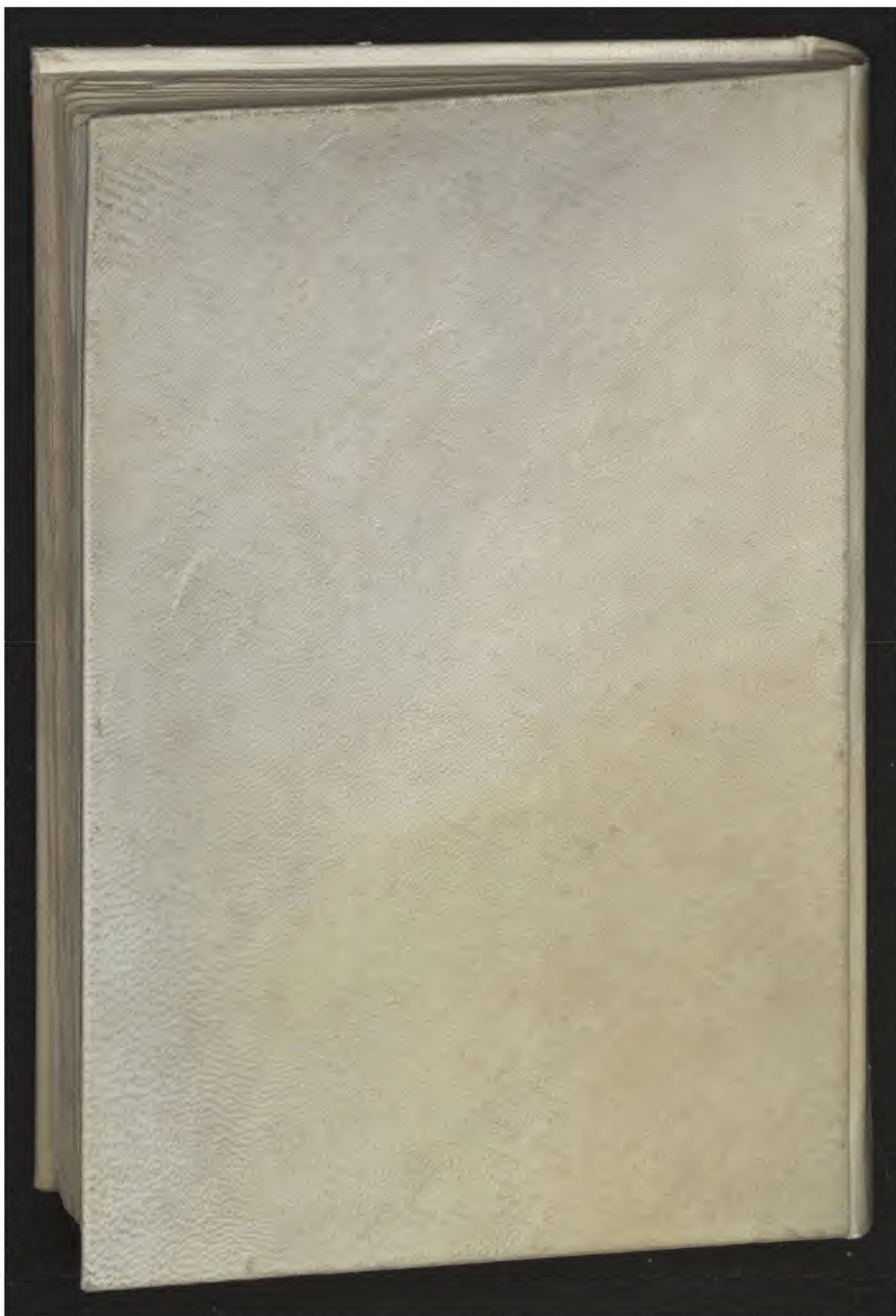
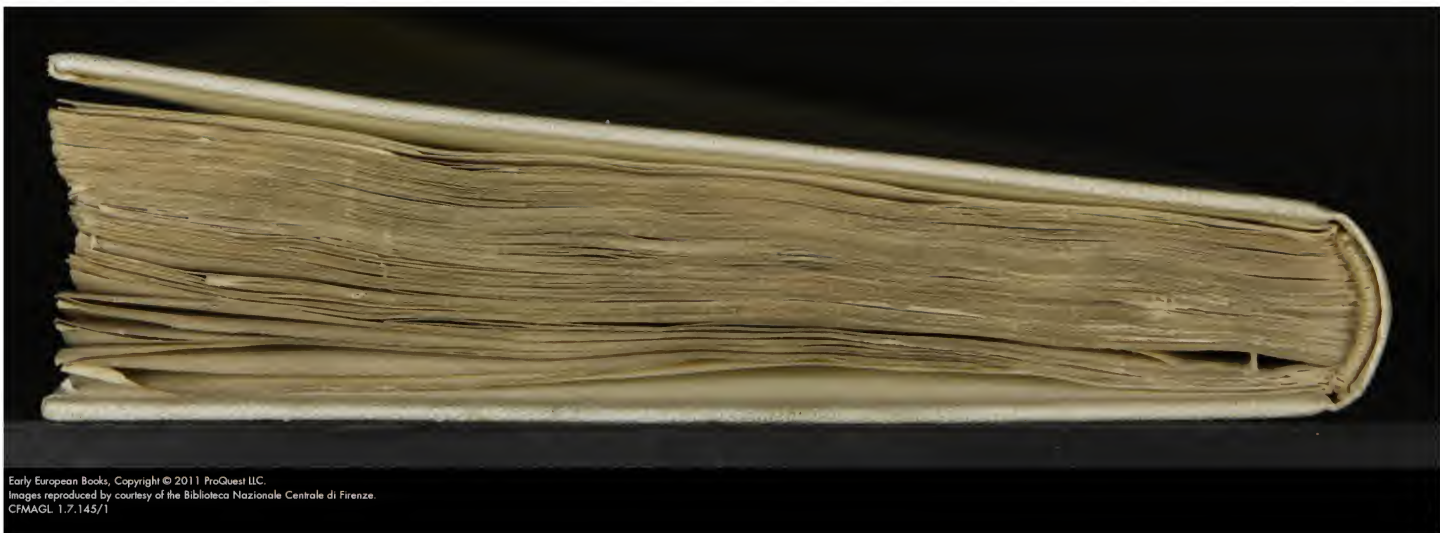


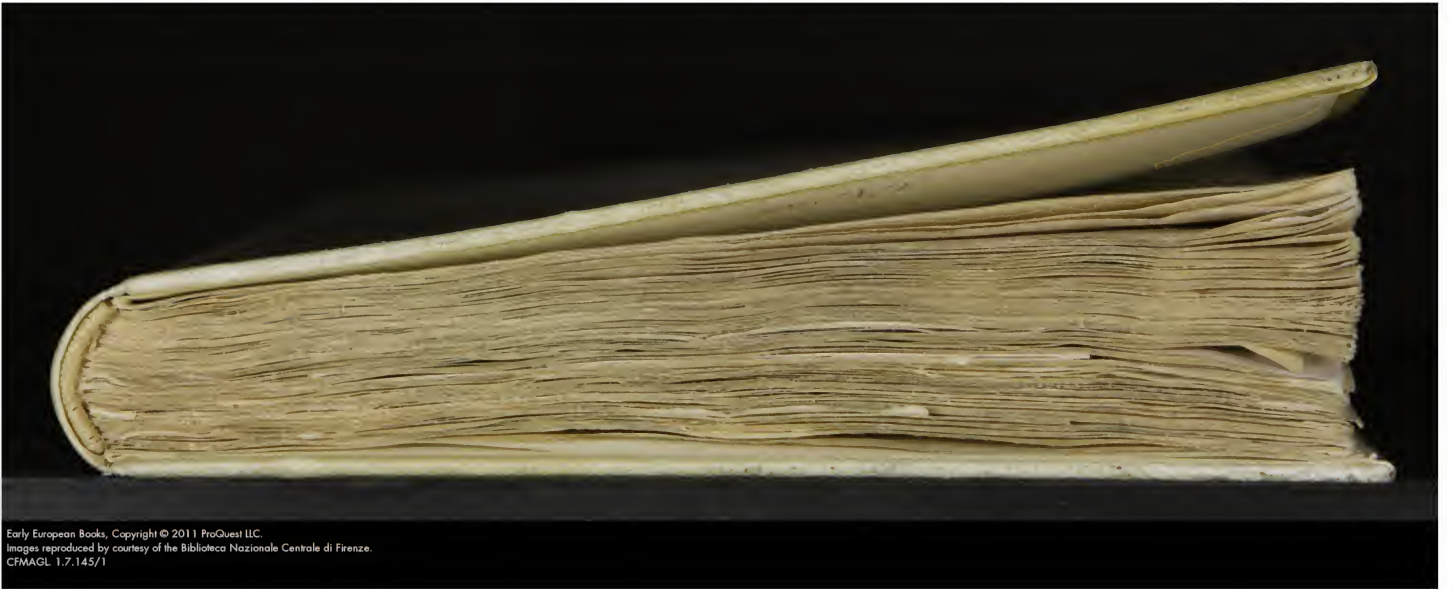


Early Benguet Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1



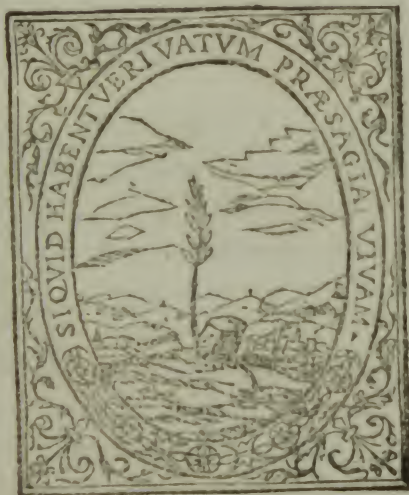
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1



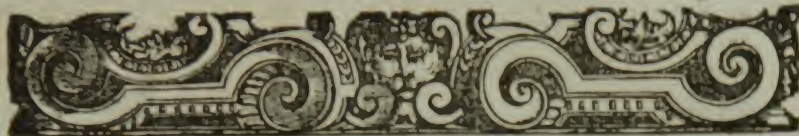
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.145/1

3

MARINI
GHETALDI
PATRITII
RAGVSINI,
VARIORVM
PROBLEMATVM
COLLECTIO.
CVM PRIVILEGIIS.



VENETIIS,
Apud Vincentium Fiorinam.
MDCVII.



V I R O

I L L V S T R I

M A R I N O

G O Z I O,

P A T R I T I O

R A G V S I N O

Marinus Ghetaldus S. P. D.



ESIODVS Scriptor sanè iuxta antiquus, ac nobilis, in referenda gratia imitari nos iubet agros fertiles, qui plus multo afferunt quàm acceperunt. Ego *Marine* si voluntati responderet facultas, feraces agros non imitarer modo, verum etiam superare. Enimuerò ingenij mei quasi ager haud scio, an potiorè quam te colonum agnoscat, qui dum me patria corporis verius alumna, quam animi, in alienas terras ingeniorum altrices unà tecum extraxisti, quasi coluisti agrum, quam autem gentem ad Doctorum multiplici-
tatem sex annis una peregrinati non adiuvimus? Superiorem Germaniam omnem percurrimus: inferiorem totam,

A 2 Belgium-

Belgiumque lustravimus: duos annos consedimus in Bri-
tania: Galliam deinde peragrauimus, & Italiam uni-
uersam, quas inter gentes, quot ego Doctores nactus sum
(nactus autem sum plures) tot agro tu quasi praefecisti o-
perarios. Accipe igitur ex culto agello, eo quo tibi offertur
studio, huius anni fructum (praeteritorum enim ideo non
obtuli, quia fructus dare tibi nolui nisi praeustatos proba-
tosque) qui si forte minor est semente, totus est certe quem
messui: talisque qui à Domino omnibus Reipublicae nostrae
muneribus persuncto suam mutuabitur amplitudinem,
suum decus.

Vale. Ragusij 13. Kal. Iunij MDCVI.

M A R I N I
G H E T A L D I
V A R I O R V M
P R O B L E M A T V M
C O L E C T I O.



INTER Problemata, quæ construere aggredior, sunt quædam Ioannis Regiomontani, quorum Geometricam constructionē ipse non exhibet, quamvis ea Algebrice, vel per sinus explicet. At problemata, quæ Algebrice explicari possunt, dummodo quadratorum metam æquationes nō excedant, possunt quoq; & Geometrica ratione cōstrui, qua methodo, quave ratione, in in librō de resolutione, & cōpositione abunde explicabimus. Interim problemata illa Regiomōtani Geometricè construā, quæ ut ab alijs dignoscantur, erunt in margine notata, reliqua verò partim à Clauio, & Griembergerio, quorum in Mathematicis disciplinis præstantiam nemo non nouit, nemo non admiratur, partim à Iacobo Restio, cuius breui aliquid illucescet ingenij, mihi proposita fuerunt ad construendum, partim à me ipso excogitata.

Perpendicularis trianguli vocatur ea recta linea, quæ ab angulo verticis cadit in basim ad rectos angulos.

Segmenta basis dicuntur ea quæ fiunt à perpendiculari.

L E M M A I.

DIFFERENTIA segmentorum basis trianguli maior est quam laterum differentia.

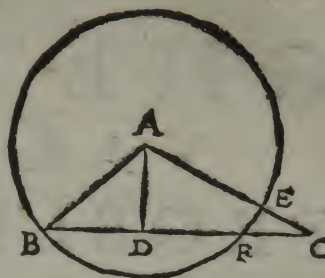
Exponatur enim triangulum ABC, in quo perpendicularis AD secet basim in duo segmenta BD, DC, & centro A, intervallo

VARIORVM PROBLEM.

uallo AB, quod sit latus minus, de-
scribatur circulus BFE secans la-
tus AC in E, basim verò BC, in F,
est igitur la terum AB, AC, diffe-
rentia EC, differentia verò seg-
mentorum BD, DC, ipsa FC sunt

3. *Tertij.* enim BD, DF æquales, & quo-
niam AC ad centrum pertingit,

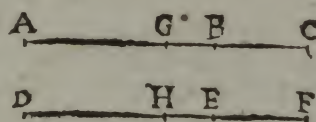
8. *Tertij.* ipsius pars exterior EC minima
erit incidentium circulo ab eodẽ
C puncto; quare FC differentia segmentorum basis, maior erit
quam EC, differentia laterum, quod erat ostendendum.



L E M M A II.

SI duo rectangula fuerit æqualia, fuerint autem
quadrata laterum primi, æqualia quadratis laterum
secundi, latera primi lateribus secundi æqualia erunt, maius
videlicet maiori, minus minori.

Sit rectangulum ABC æqua-
le rectangulo DEF, & quadrata
AB, BC, simul sumpta æqualia
quadratis DE, EF simul sumptis.
Dico rectas AB, BC rectis DE
EF æquales esse, maiorem vide-
licet maiori, minorem minori.



Quoniam enim quadrata AB,
BC æqualia sunt quadratis DE, EF, & rectangulum ABC æqua-
le rectangulo DEF, quadrata AB, BC, vna cum rectangulo ABC
æqualia erunt quadratis DE, EF, vna cum rectangulo DEF,
duplicentur rectangula ABC, DEF, quadrata igitur AB, BC, vna
cum duplo rectanguli ABC hoc est * quadratum AC, æquale
erit quadratis DE, EF, vna cum duplo rectanguli DEF, hoc * est
quadrato DE, quare & recta AC æqualis erit rectæ DE. Iam se-
centur ipsæ AC, DE, bifatiam in G, & H, erunt igitur AG, DH,
æquales, & æqualia quoque earum quadrata, sed quadratum *
AG æquale est rectangulo ABC, vna cum quadrato GB, & qua-
dratum * DH æquale rectangulo DEF, vna cum quadrato HE,
rectangulum igitur ABC, vna cum quadrato GB æquale erit
rectan-

4. *Secund.*

4. *Secund.*

1. *Secund.*

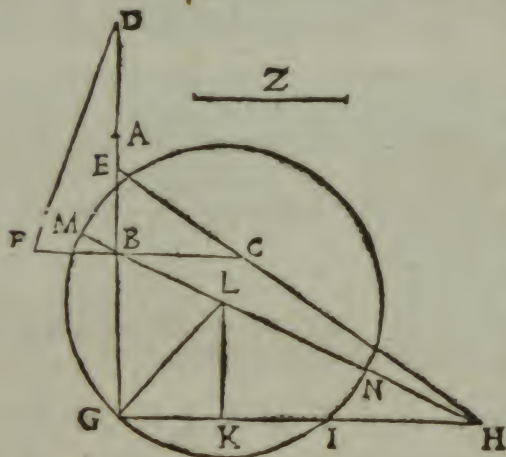
1. *Secund.*

rectangulo DEF, vnā cum quadrato HE, auferantur æquali re-
ctangula ABC DEF, reliquum igitur quadratum GB, reliquo
quadrato HE æquale erit, vnde & recta GB æqualis rectæ HE,
quare per additionem, & subductionem æqualium æqualibus
erit AB æqualis DE, & reliqua BC æqualis reliquæ EF, quod
erat ostendendum.

Problema I.

DATA perpendiculari, differentia laterum triangu-
li, & differentia segmentorum basis, inuenire trian-
gulum.

Sit data perpendicularis trianguli AB, differentia laterum *Prob. 23.*
BC, & differentia segmentorum basis, Z, oportet inuenire trian- *lib. secun-*
gulum. Inclinentur a rectos angulos AB, BC, ipsaque BA du- *di de trian-*
plicetur in D, in & in ea ponatur CE æqualis Z, est autē ipsa Z, *gulis Re-*
ex antecedēte, *gio monta*
ni.



matur HI æqualis EC, reliqua verò IG secetur bifariam, & ad
rectos angulos in K a recta linea KL æquali ipsi BA, & iungan-
tur GL, LH, in triângulo igitur LGH perpendicularis LK æqua-
lis est AB ex constructione, & IH differentia segmentorū GK,
KH æqualis EC, hoc est ipsi Z. Superest igitur, vt differentia la-
terum

terum LG, LH æquetur ipsi BC, id autem ita fier manifestum.

Centro L, intervallo LG, describatur circulus secūs rectam HL, continuatam in punctis M, N, differentia igitur laterum LG, LH erit NH, & circulus MGN transibit per I, sunt enim GK, KI æquales, & LK perpendicularis est ipsi GI.

Quoniam igitur MH secāta est in N, quadrata MH HN æqualia * erunt duplo rectanguli MHN, vñā cum quadrato MN, hoc est vñā cum quadruplo quadrati LG, diameter enim MN dupla est LG semidiametri, sed duplum rectanguli MHN, æquale est duplo rectanguli GHI, & quadruplum quadrati LG, æquale quadruplo quadratorum GK, LK, hoc est quadratis GI DB, sunt enim GI, DB ipsarum GK, LK duplæ, ergo quadrata MH, HN æqualia erunt quadratis GI, DB, vñā cum duplo rectanguli

li GHI, sed quadratum GI vñā cum duplo rectanguli GHI, * æquale est quadratis GH, IH, hoc est GH, EC: quadrata igitur MH, HN quadratis GH, EC, DB æqualia erunt, sed quadrato EC æqualia sūt quadrata EB, BC, hoc est FB, BC, ergo quadratis MH NH, quadrata GH, DB, BC, FB æqualia erunt, quadratis autē DB, FB æquatur quadratū DE, hoc est EG, ergo quadrata MH NH æqualia erūt quadratis GH, BC, EG, sed quadratis EG, GH æquatur quadratum EH, ergo quadratis MH, NH æqualia erunt quadrata EH, BC.

Et quoniam ratione parallelarum BC, GH, est vt EH ad GH, ita EC, id est IH ad BC, rectangulum EH BC sub extremis æquale erit rectangulo GHI sub medijs, hoc est rectangulo MHN, sed & quadrata EH, BC ostēsa sunt equalia quadratis MH, NH, ergo ex antecedente, quod secundo loco præmissum est Lemmate, recta MH ipsi EH erit æquali, & NH ipsi BC, quod erat ostendendum. Constructum est igitur triangulum LGH in quo perpendicularis LK æqualis est AB, ipsa verò NH differentia laterum, æqualis BC, ac denique IH differentia segmentorum basis, æqualis Z, quod erat faciendum.

C O N S E C T A R I V M.

Itaque erit vt recta, quæ potest differentiam quadratorum ex differentijs laterū videlicet, & segmentorum basis, ad rectam, quæ potest quadratum perpendicularis duplæ, & prædictam quadratorum differentiam, ita differentia laterum ab basim, & ita differentia segmentorum basis ad laterum aggregatum.

Est enim vt EB ad EG, hoc est ad DF, ita BC, vel NH ad GH,
&

& ita EC, seu IH ad EH, hoc est ad MH, cui æqualis est composita ex GL, LH.

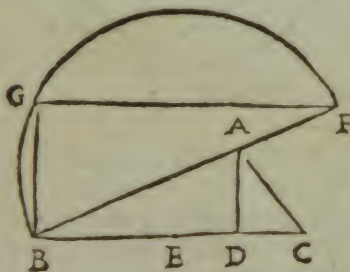
In numeris sit LK 20, NH 27, IH 33, erit GH 63, composita ex GL, LH 77, unde LG 25, LH 52.

Est enim ut L 360, ad L 1960, idest ut L 9, ad L 49, seu 3, ad 7, ita 27, ad 63, & ita 33, ad 77.

LEMMA.

RECTA quæ potest quadratum composita ex lateribus trianguli, minus quadrato differentie segmentorum basis, maior est perpendiculari dupla.

Sit triangulum ABC, in quo perpendicularis AD, secet basim BC in duo segmenta inæqualia BD, DC, quorum differentia sit BE, & continetur BA in F, longitudine AC, erit igitur BF composita ex lateribus BA, AC, æqualis, itaque in ipsa BF, describatur semicirculus BGF, in quo accommodetur BG æqualis BE, & conectatur GF, recta igitur GF poterit quadratū BF, composita ex lateribus, minus quadrato GB, hoc est BE differentie segmentorum basis: angulus enim BGF in semicirculo rectus est. Dico ipsam GF maiorem esse dupla perpendiculari AD. Quoniam enim quadratum BF constat quadratis BA, AF, & duplo rectanguli BAF, duplum verò rectanguli BAF, maius est duplo quadrati AD, nam utraque ipsarum BA, AF maior est ipsa AD, quadrata quoque BA, AF simul maiora sunt



duplo quadrati AD, pro quantitate quadratorum BD, DC: quadratū igitur BF quadruplo quadrati AD multo maius erit, quam pro quantitate quadratorum BD, DC, sed quadratū BF maius est quadrato GF, pro quantitate quadrati GB tantum, hoc est BE, ergo quadratum GF, maius erit quadruplo quadrati AD, hoc est quadrato AD duplæ, quare & GF maior erit, quam AD dupla, quod erat ostendendum.

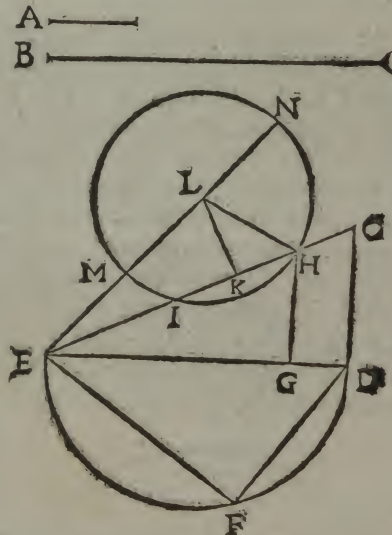
B Problema

Problema II.

DAT *A* perpendiculari, aggregato laterum trianguli,
 & differentia segmentorum basis, inuenire triangu-
 lum.

Sit data perpendicularis trianguli A, aggregatum alterum B, & differentia segmentorū basis CD. Oportet inuenire triangulum: à puncto D, ipsi CD ducatur perpendicularis DE, & in ea ponatur CE æqualis ipsi B, & describatur semicirculus EFD, in quo accommodetur DF, æqualis duplẽ ipsius A, hoc autem fieri potest, nam ex antecedẽte Lemmate, ED maior est quam A dupla, conectatur igitur EF, cui æqualis ponatur EG, ipsi autem DC parallela agatur GH, secans EC in H, & ponatur EI æqualis CD, reliqua verò IH secetur bifariam, & ad rectos angulos in K à recta KL æquali ipsi A, & conectantur EL, LH, & centro L, intervallo LH, describat circulus HMN, secans EL productā in punctis M, N. Quoniam igitur ex L centro cādit in IH perpendicularis

7. Secchi.



duplæ, ergo quadrata EM, EN æqualia erunt quadratis DF, IH, vna cum duplo rectanguli IEH: quadrato autem IH. vna cum duplo rectanguli IEH, * æqualia sunt quadrata EI, EH, hoc est 7. Secūdi. CD, EH, quadratis igitur EM, EN, quadrata DF, EH, CD æqualia erunt, sed quadrato EH æqualia sunt quadrata HG, EG, hoc est HG, EF, ergo quadratis EM, EN æqualia erunt quadrata DF, CD, HG, EF, at quadrata DF, EF æqualia sunt quadrato ED, quadrata igitur EM, EN æqualia erunt quadratis ED, CD, HG, sed quadrata ED, CD quadrato EC sunt æqualia, ergo quadrata EM, EN quadratis HG, EC, æqualia erunt.

Et quoniam propter parallelas CD, HG est EH, ad HG sicut EC, ad CD, hoc est ad EI, rectangulum IEH sub extremis, hoc est MEN æquale erit rectangulo ECHG sub medijs, sed & quadrata EM, EN ostensa sunt æqualia quadratis HG, EC, ergo ex Lemmate 2, quod primo Problemati præmissum est recta EM æqualis erit ipsi HG, & EN composita videlicet ex lateribus EL, LH æqualis EC, hoc est ipsi B, est autem & perpendicularis LK æqualis ipsi A ex constructione, & EI differentia segmentorum EK, KH, æqualis CD. Constructum est igitur triangulum ELH, quale construendum proponebatur.

CONSECTARIUM.

Itaque erit ut recta quæ potest quadratum compositæ ex lateribus trianguli, minus quadrato differentie segmentorum basis, ad rectam quæ potest quadratum prædictæ compositæ, minus quadratis, quæ fiunt ex differentia segmentorum basis, & perpendiculari dupla, ita composita ex lateribus ad basim, & ita differentia segmentorum basis ad laterum differentiam.

Est enim ut ED ad EG, hoc est ad EF, ita EC, vel EN, cui æqualis est composita ex EL, LH, ad EH, & ita CD hoc est EI, ad HG, hoc est ad EM.

Sit LK 20, composita ex EL, LH 77, EI 33, erit EH 63, EM 27, unde EL 52, LH 25.

Est enim ut L 4840, ad L 3240, id est ut L 121, ad L 81, seu quod idem est ut 11, ad 9, ita 77, ad 63, & ita 33, ad 27.

LEMMMA

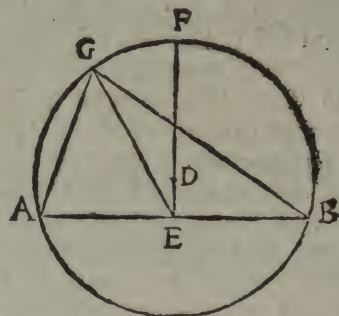
Si ab angulo verticis trianguli ducta recta linea secuerit bifariam basim, & angulus verticis fuerit acutus, illa recta linea

B 2 secans

12 *VARIORVM PROBLEM.*

secans maior erit quam dimidia basis, non autem quam pars diametri circuli circa triangulum descripti, ea scilicet quæ in portione in qua est triangulum, comprehenditur. Si verò angulus verticis fuerit obtusus, illa secans minor erit dimidia base, non autem prædicta diametri parte.

Cadat ab angulo verticis tri-
guli AGB recta linea GE secans
basim AB bifariam in E, & cir-
ca triangulum AGB circulus
describatur, cuius centrum sit
D, & iuncta ED producat ad
circumferentiam in F. Dico
existente angulo AGB acuto,

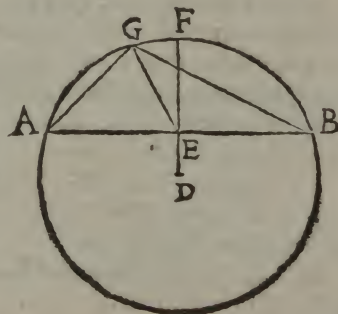


ipsam GE maiorem esse quam
AE, non autem quam EF. Con-
trauerò existēte angulo AGB
obtusō, ipsam GE minorem esse quam AE, non autem quam
EF. Sit primum angulus AGB acutus, ergo portio circuli AGB

7. Tertiū. maior erit semicirculo, & centrū erit inter E, F, maior * igitur
erit EG quam AE, minor verò quam EF, pars videlicet diame-
tri circuli, quæ in portione AGB comprehenditur. Si verò
punctum G sit idem quod F, erit GE æqualis ipsi FE, immo ca-
dem, non autem maior.

Deinde sit angulus AGB ob-
tus, erit igitur portio circuli
AGB minor semicirculo, &
centrum D erit extra lineā FE,

7. Tertiū. itaque GE * minor erit quam
AE, maior verò quam FE, at si
punctum G fuerit idem quod
F, erit GE æqualis ipsi FE, im-
mo eadem, non autem minor,
quare constat propositum.

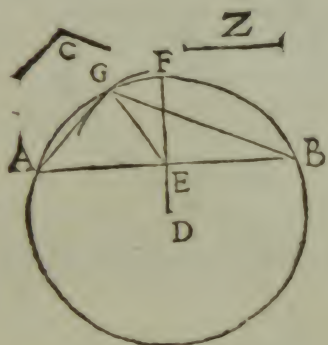
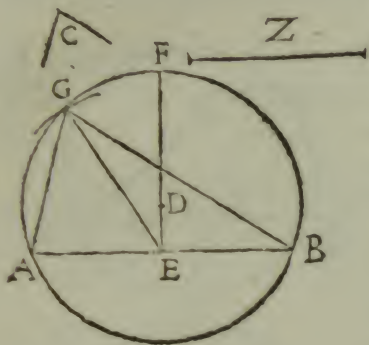


Problema III.

29. lib. 2. *de trian-*
gulis Re-
giomōiāi. **D**AT A base trianguli, & angulo verticis, dataque
recta linea, quæ à dato angulo ducta secat basim bifa-
riam, inuenire triangulum.

Sit

Sit data basis trianguli AB, datus quoque angulus ad verticem æqualis angulo C, ac data denique recta linea, quæ à dato angulo ducta tecat basim bifariam, sit Z, oportet inuenire triangulum. Secetur AB bifariam in E, & in ea describatur portio



circuli AGB, quæ suscipiat angulum æqualem angulo C, & per punctum E, & centri circuli, quod sit D, ducatur recta linea EDF usque ad circumferentiam portionis. Si igitur angulus C fuerit acutus, ex antecedente Lemmate erit Z, maior quam AE, non autem quàm FE, si verò obtusus, ipsa Z minor erit quam AE, non autem quam FE, quocunque igitur casu circulus descriptus ex E centro ad intervallum rectæ Z æquale, secabit, vel tanget portionem circuli AGB, describatur, & secet, vel tangat in G, & iungantur AG, GB, GE, trianguli igitur AGB, angulus AGB ad verticem æqualis est angulo C: portio enim circuli AGB suscipit angulum æqualem ipsi C, est autem & basis ipsa AB data, & GE secans ipsam basim bifariam, æqualis est Z datæ, quare factum est quod oportebat.

At verò si datus angulus C fuerit rectus, oportebit datam Z, æqualem esse dimidiæ basi AB, & omne triangulum rectangulum supra basim AB constitutum problema efficiet.

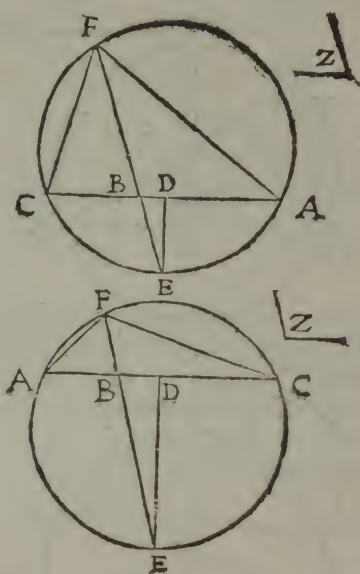
Problema IV.

SECE recta linea angulum ad verticem trianguli bifariam, & cadat in basim non ad rectos angulos. *Da-*
nis portio-

33. lib. 2.
 de trian.
 Reg. non

tis portionibus basis, & angulo, quem ipsa linea cum base constituit, inuenire triangulum.

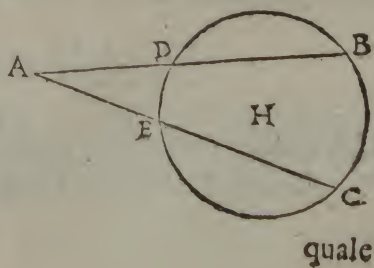
Sint datae portiones basis AB, BC , angulus autem quem linea secans cum ipsa base constituit, sit æqualis angulo Z . Oportet inuenire triangulum, ponatur in directum AB, BC , & secetur AC bifariam in D perpendiculariter à recta DE , & fiat angulus Z æqualis angulus CBF , & producta FB occurrat recta DE in E , & per puncta AEC , circulus describatur, quem secet recta BF in F , & iungantur AF, FC . Quoniam igitur DE secat AC bifariam, & ad rectos angulos, erunt circumferentiæ AE, EC æquales; quare & anguli AFE, EFC æqualibus circumferentijs insistentes erunt æquales, recta igitur FB secat angulū AFC aduerticē trianguli AFC bifariam, est autem & angulus CBF æqualis angulo Z ex constructione, & portiones basis AB, BC , sunt ipsæ datae. Constructum est igitur triangulū AFC , quale construendum proponebatur.



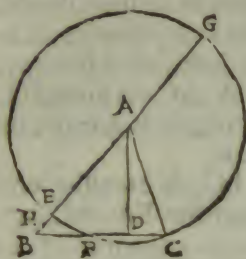
LEMMA I.

SI duæ rectæ lineæ circulum secant, & extra ipsum conueniant, erit prima ad secundum, sicut pars exterior secundæ ad partem exteriorem primæ.

Secent circulum sub centro H descriptū, duæ lineæ rectæ AB, AC , & extra ipsum conueniant in A , & sint partes exteriores ipsarum AD, AE . Dico esse AB ad AC sicut AE ad AD . Quoniam enim rectangulum BAD æ-

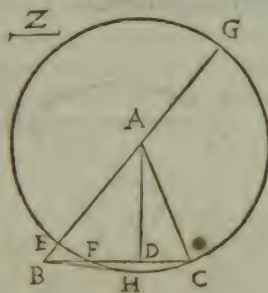


quali, secetur enim BE bifariam in H. Quoniam igitur BF ponitur dupla ipsius BE, & est ut BF. ad BE, ita BG, ad BC, erit quoque BG, dupla ipsius BC, & quoniam GE dupla est ipsius AE, & BE dupla ipsius EH, tota GB ipsius AH dupla erit: æqualis igitur erit AH, ipsi BC, ergo AB superabit ipsam BC, excessu HB, sed HB est dimidia ipsius BE, ergo latus AB excedet, basim BC excessu æquali dimidiæ BE, quod erat demonstrandum.



Constructio prædicti casus, in quo nullus est excessus inrer duplam differentiam laterum trianguli, & differentiam segmentorum basis.

Sit igitur data differentia laterum BE, differentia segmentorum basis Z, quæ sit dupla ipsius BE, ergo ex antecedente Lemmate latus maius trianguli excedet basim, & excessus æqualis erit dimidiæ BE, his igitur datis. Oportet inuenire triangulum, Producat BE, ad quodcunque punctum G, ea tamen cautione, ut BG sit maior quam quadrupla BE, & circa diametrum EG describatur circulus cuius centrum A, ipsumque circulum



tangat secunda linea BH, in H. Quoniam igitur BG posita est maior quàm BE quadrupla, rectangulum EBG, hoc est quadratum BH maius erit quadruplo quadrato BE, hoc est quadrato Z: est enim Z quadratum quadruplum quadrati BE, quia Z dupla ponitur ipsius BE, ergo & BH maior erit quam Z, si igitur centro B intervallo rectæ Z æquali circulus describatur, secabit circumferentiam circuli sub A centro descripti, inter puncta E, H, describatur, & secet in F, & iuncta BF producat in C, & iungatur quoque AC, & in BC ducatur perpendicularis AD, erit igitur segmentorum BD, DC, differentia BF, laterum verò AB, AC, differentia BE, est autem BF æqualis Z ex constructione, & BE ipsa data, & quoniam BF dupla est ipsius BE ex antecedente Lemmate, trianguli ABC latus AB excedet basim BC, dimidia BE. Constructum est igitur triangulum ABC, &c. quod faciendum erat.

C 2 C O N

CONSECTARIVM.

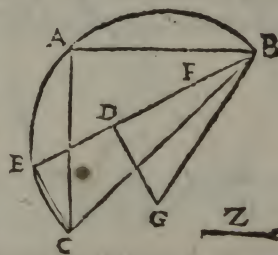
Constat igitur infinita triangula construi posse, ita vt differentie laterum & segmentorum existentes in ratione dupla, sint in omnibus eadem, atque latera maiora excedant bases, vno eodemque excessu, dimidia videlicet laterum differentia rectæ enim BG compositæ ex lateribus BA, AC terminus G, non est præfinitus: illa enim potest esse, & maior & minor, requiritur tantum vt quadruplam BE, excedat.

Sit BE 2, BF 4, latus AB excedet basim BC, & excessus erit nempe dimidia BE, composita vero ex lateribus BA, AC, potest esse 9, 10, 11, 12, vel etiam maior, solum requiritur, vt superet numerum 8, nempe quadruplam BE. Similiter & basis BC potest esse 5, 6, 7, 8, vel cuiuscunque longitudinis ipsa 4, maioris.

Problema VI.

DATA base trianguli angulum rectum subtendente,
& differentia laterum, inuenire triangulum.

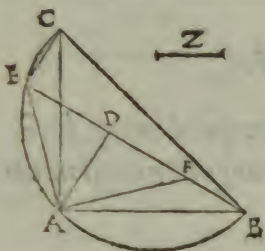
Sit data basis trianguli angulū rectum subrendens AB, differentia laterum Z. Oporteret inuenire triangulum. Ducatur ipsi AB perpendicularis, & æqualis AC, & iuncta BC fiat diameter circuli, eius igitur circumferentia transibit per A, in ipso autem circulo CAB accommodetur CE æqualis ipsi Z, & iungatur EB, & in ea sumatur BF æqualis EC, vel Z, reliqua EF secetur bisariam in D perpendiculariter à recta DG, æquali ipsi DE, vel DF, & iungatur BG, erit igitur laterum DB, DG trianguli DBG differentia FB, hoc est Z data.



Et quoniam rectus est angulus CEB, in semicirculo, quadratum CB, æquale erit quadratis EB, EC, hoc est EB, FB, sed quadrata EB, * FB, dupla sunt quadratorum ED, DB, hoc est DG, DB, ergo quadratum CB duplum erit quadratorum DG, DB, sed duplum est, & quadrati AB, ergo quadratum AB, æquale erit

erit quadratis DB. DG. hoc est quadrato GB, quare & recta AB æqualis rectæ GB. Constructum est igitur triangulum DBG rectangulum in D. cuius laterum DB, DG differentia FB, æqualis est Z datæ, & basis GB angulum rectum subtendens æqualis ipsi AB quod erat faciendum.

ALITER. Ducatur, ut prius ipsi AB perpendicularis, & æqualis AC, & iuncta CB fiat diameter circuli, in quo accommodetur CE æqualis Z, & iungatur EB, cui perpendicularis agatur AD, ipsi autem ED ponatur æqualis DF, & iungantur AE,



AF. Quoniam igitur anguli AEB, ACB in eadem portione circuli existentes sunt inter se æquales, & est semirectus ACB, erit & AEB semirectus: angulus autem EDA rectus est ex constructione reliquus igitur DAE semirectus erit: tres enim interni anguli trianguli EDA duob. rectis sunt æquales, angulus igitur AED angulo EAD æqualis erit, quare & latus DA lateri DE, vel DF, vnde laterum DA,

DB differentia erit FB. Et quoniam latera DE, DA trianguli EDA æqualia sunt lateribus AD, DF trianguli ADE, utrumque utrique, & anguli ad D æquales, nempe recti, erunt ipsa triangula æqualium laterum, & angulorum, latus igitur AF, lateri AE æquale erit, & angulus DAF æqualis angulo DAE, sed ostensus est semirectus DAE, ergo & DAF semirectus erit, atque adeo totus angulus EAF rectus erit, & ideo æqualis recto CAB, ablato communi angulo CAF, reliquus igitur FAB reliquo EAC erit æqualis, sunt autem & latera AF, AB trianguli AFB æqualia lateribus AE. AC trianguli AEC, utrumque utrique, ergo & basi FB. basi EC, hoc est ipsi Z æqualis erit. Ad datam igitur basim AB constitutum est triangulum ADB, cuius laterum DA, DB differentia FB æqualis est Z, datæ, quod erat faciendum.

10. Secunda di.

CONSECTARIUM.

Itaque excessus, quo duplum quadrati à base subtendente angulum rectum trianguli, superat quadratum differentie laterum, æqualis est quadrato aggregati laterum.

Excessus enim quo duplum quadrati AB superat quadratum FB,

FB, hoc est excessus, quo quadratum CB superat quadratū CE, est ipsum quadratum EB, composita videlicet ex lateribus, AD, DB.

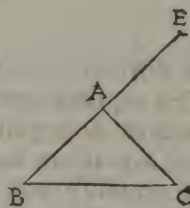
Sit AB 10, FB 2, erit composita ex AD, DB 14, vnde DA 6, DB 8.

Duplum enim quadrati ex 10, est 200, quadratum verò ex 2, est 4, excessus, igitur erit 196, pro quadrato composita ex lateribus AD, DB, vnde radix quadrata numeri 196, quæ est 14, erit ipsa composita.

LEMMA.

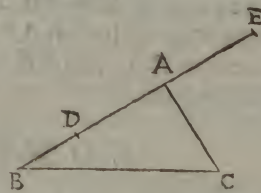
RECTA linea, quæ potest duplum quadrati ex base subtendente angulum rectum trianguli, non est minor aggregato laterum.

Sit triangulum ABC rectangulum in A, cuius basis BC. Dico rectam, quæ potest duplum quadrati BC, nō esse minorem aggregato laterū AB, AC, Producatur enim BA in E, vt sit AE æqualis AC, si igitur latera AB, AC sint æqualia, erit EB dupla ipsius AB, & ideo quadratum EB, quadruplū erit quadrati AB, sed quadruplum quadrati AB æquale est duplo quadrati BC, ergo quadratum EB duplo quadrati BC æquale erit, & consequenter recta, quæ potest duplum quadrati BC ipsi EB aggregato laterum AB, AC, erit æqualis, non autem minor.



10. Secūdi

Si verò latera AB, AC non sint æqualia erit alterum altero maius, sit maius AB, & ex eo abscindatur AD æqualis AC, vel AE. Quoniam igitur quadrata BE, BD * æqualia sunt duplo quadratorum BA, AE, hoc est duplo quadrati BC, duplum quadrati BC, maius erit quadrato BE tantum, & consequenter recta, quæ potest duplum quadrati BC, maior ipsa BE, hoc est aggregato laterum AB, AC, non autem minor. Quocunque igitur casu recta, quæ potest duplū quadrati ex base subtendente

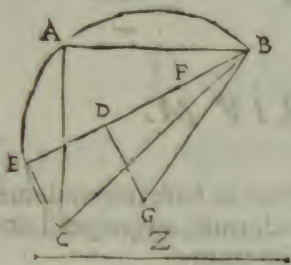


te

te angulum rectum trianguli non est minor aggregato laterū,
quod erat ostendendum.

Problema VII.

DATA base trianguli angulum rectum subtendente,
& aggregato laterum, inuenire triangulum.

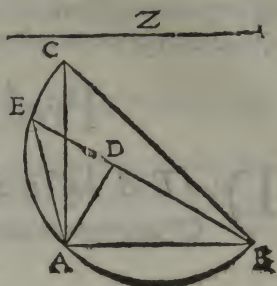


Sit data basis trianguli angulū re-
ctum subtendens AB, aggregatum
laterum Z, oportet inuenire triangu-
lum. Ducatur ipsi AB perpendicularis,
& æqualis AC, & iuncta CB fiat
diameter circuli, ipsa igitur CB ex
antedente Lemmate, non erit mi-
nor quam Z, ideoque in circulo, cir-
ca diametrum CB descripto poterit
aptari recta linea ipsi Z æqualis, ap-
teretur & sit BE, & iungatur EC, cui æqualis ponatur BF, reliqua
EF secetur bifariam in D perpendiculariter à recta DG. æquali
ipsi DF, vel DE. & iungatur BG. erit igitur EB, hoc est Z æqua-
lis aggregato laterum DB, DG. Et quoniam rectus est angu-
lus CEB in semicirculo, quadratum CB æquale erit quadratis
EB, EC, hoc est EB · FB, sed quadrata EB, FB * dupla sunt qua-
dratorum ED, DB. hoc est DG · DB, ergo quadratum CB du-
plum erit quadratorum DG, DB, sed duplum est & quadrati
AB, ergo quadratum AB æquale erit quadratis DB, DG. hoc
est quadrato GB; quare & recta AB æqualis rectæ GB. Con-
structum est igitur triangulum DBG rectangulum in D, cuius
aggregatum laterum DB, DG æquale est Z datæ, & basis GB
angulum rectum subtendens æqualis ipsi AB, quod erat facien-
dum.

A L I T E R Ducatur ut prius ipsi AB perpendicularis, &
æqualis AC, & iuncta CB fiat diameter circuli, in quo accom-
modetur BE æqualis Z. diameter enim CB ostensa est non mi-
nor quam Z, ipsi autem EB ducatur perpendicularis AD, &
iungatur AE. Quoniam igitur æquales sunt anguli ACB, AEB,
sunt enim in eadem portione circuli, erit angulus AEB semi-
rectus; quia semirectus est & ACB, sed rectus est angulus EDA,
reliquus igitur DAE trianguli DAE, erit quoque semirectus,
omnis

10. Secun-
di.

omnis enim trianguli, tres interni anguli duobus rectis sunt æquales, angulus igitur DAE angulo DEA æqualis erit, unde & latus DE lateri DA erit æquale, addita comuni DB , composita igitur ex lateribus AD , DB æqualis erit ipsi EB , hoc est Z date. Ad datam igitur basim AB constitutum est triangulū DAB rectangulum in D , cuius aggregarum laterum DA , DB æquale est Z datæ, quod faciendum erat.



CONSECTARIVM.

Itaque excessus, quo duplum quadrati ex base subtendente angulum rectum trianguli superat quadratum aggregati laterum, æqualis est quadrato differentie laterum.

Resumpta enim primæ constructionis figura, excessus, quo duplum quadrati AB , hoc est quo quadratum CB superat quadratum EB , est ipsum quadratum EC , hoc est FB differentie videlicet laterum DG DB .

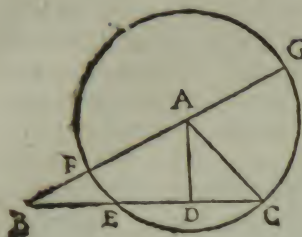
Sit basis GB 10, composita ex lateribus DG , DB 14, erit FB differentia laterum DG , DB 2, unde DG 6, DB 8.

Duplum enim quadratum ex 10, est 200, quadratum verò ex 14, est 196, excessus igitur erit 4, pro quadrato differentie laterum DG , DB , unde radix quadrata numeri 4, quæ est 2, erit ipsa differentia.

L E M M A.

DIFFERENTIA segmentorum basis trianguli ad differentiam laterum eadem habet rationem quam aggregatum laterum ad basim.

Sit triangulum ABC , in quo perpendicularis AD secet basim BC in duo segmenta BD , DC , & centro A , intervallo AC , quod sit latus minus, describatur circulus CEF secans basim BC in E ,
latus

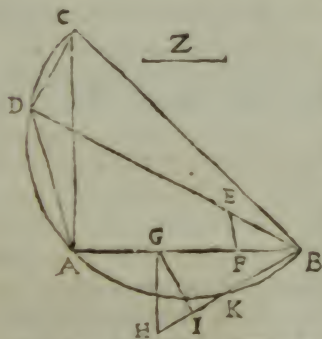


latus verò AB productum in pun-
ctis F, G, erit igitur laterum AB,
AC differentia BF, aggregatum
verò BG, arque differentia segmē-
torum BD, DC, erit BE: sunt enim
æquales * ED, DC, Dico esse BE, 3 *Tertij.*
ad BF sicut BG, ad BC: rectangu-
lum enim EBC æquale est rectan-
gulo FBG, quare constat proposi-
tum.

Problema VIII.

DATA differentia segmentorum basis subtendentis
angulum rectum trianguli, & aggregato laserum,
inuenire triangulum.

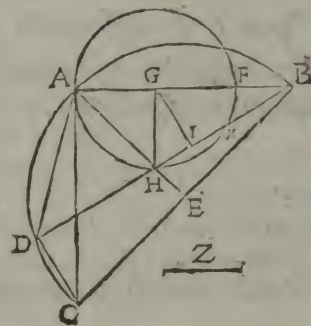
Sit data differentia segmentorum basis subtendentis angulum rectum trianguli Z, aggregatum autem laterum AB, Oportet inuenire triangulum. Ducatur ipsi AB perpendicularis, & aequalis AC, & iungatur CB, in eaque describatur semicirculus, eius igitur circumferentia transibit per A, in ipso au-



ita quadratum AB ad FB quadratum, & componendo, erit vt
 summa quadratorum DB, DC, hoc est vt quadratum CB seu,
 quod idem est, vt duplum quadrati AB, ad quadratum EB, ita
 summa quadratorum AB, FB, hoc est * duplum quadratorum
 AG, GB, vel GH, GB, ad quadratum FB, & iudoplaus antee-

dentibus, erit vt quadratum AB ad quadratum EB, ita summa quadratorum GH, GB, hoc est quadratum HB, ad FB quadratum, vnde vt AB ad EB, ita erit HB ad FB, & permutando, vt AB ad HB, ita EB ad FB. Iam agatur GI perpendicularis ad HB, & ipsi HI æqualis ponatur IK, differentia igitur segmentorum HI, IB, erit KB, & ideo ex antecedente Lemmate, erit vt AB ad HB, ita KB ad FB sed ostensum est vt AB ad HB, ita esse EB ad FB, ergo vt KB ad FB, ita erit EB ad FB, æqualis igitur erit KB ipsi EB, hoc est Z data, est autem & composita ex lateribus HG, GB, æqualis ipsi AB; Constructum est igitur triangulum HGB rectangulum in G, cuius aggregatum laterum HG, GB, æquale est AB data, & KB differentia segmentorum HI, IB, æqualis ipsi Z, quod erat faciendum.

ALITER. Ducatur vt supra ipsi AB perpendicularis, & æqualis AC, & iuncta CB, fiat diameter circuli BAC, cuius centrum E, in ipso autem circulo accommodetur CD æqualis Z, & iungantur DB, AE, se mutuo secantes in H, & ex H ducatur ipsi AB perpendicularis HG. Quoniam igitur rectus est angulus AGH, & semirectus GAH, erit * quoque & reliquus GHA semirectus, & ideo ipsi GAH æqua-



32. *Prim.*

lis, vnde latus HG æquale erit lateri GA, addita communi GB, composita igitur ex lateribus HG, GB, erit æqualis ipsi AB.

3. *Terij.*

Iam agatur GI perpendicularis ad HB, & centro G, intervallo GA, vel GH, describatur circulus AHF, secans DB in K, ipsam verò AB in F, & iungatur AK, differentia igitur segmentorum HI, IB, erit KB, sunt * enim æquales HI, IK. & quoniam angulus AGH ad centrum rectus est ex constructione, erit angulus AKH ad circumferentiam semirectus, sed semirectus est & angulus ADB, est enim æqualis semirecto ACB, cum vterque, eidem circumferentiæ AB insistat, ergo reliquus angulus DAK, trianguli DAK rectus erit, & ideo æqualis recto BAC, dempto communi angulo CAK, reliquus DAC reliquo KAB æqualis erit, sed & latus AB æquale est lateri AC ex constructione, & latus AK æquale lateri AD ratione æqualium angulorum AKD, ADK, ergo & basis KB trianguli AKB, æqualis erit basi DC trianguli ADC; Constructum est igitur triangulum

lum GHB rectangulum in G. cuius aggregatum laterum HG, GB, æquale est ipsi AB, & KB differentia segmentorum HI, IB, æqualis ipsi DC, hoc est Z data, quod erat faciendum.

* In hac figura ducenda est linea Ak.

CONSECTARIUM.

Itaque erit ut recta, quæ potest duplum quadrati aggregati laterum trianguli, minus quadrato differentie segmentorum basis ad aggregatum laterum, ita differentia segmentorum ad differentiam laterum, & ita aggregatum laterum ad basim.

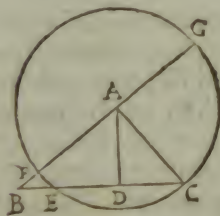
Resumpta enim primæ constructionis figura, est ut DB ad AB, ita EB, hoc est KB ad FB, & ita AB ad HB, est enim AB ad HB, sicut KB ad FB;

In figura secundæ constructionis, similia sunt triangula ABD, HBA, sunt enim anguli ADB, HAB æquales, ostensus est uterque semirectus, & angulus ad B communis utrique, ut igitur DB ad AB, ita erit AB ad HB, & ita KB ad FB, est enim KB ad FB, sicut AB ad HB.

Sit KB 7, composita ex lateribus HG, GB 35, erit FB 5, HB 25, unde GB 20, GH 15. Est enim ut L 2401, hoc est ut 49, ad 35, ita 7, ad 5, & ita 35, ad 25.

LEMMATA

DIFFERENTIA segmentorum basis subtendentis angulum rectum trianguli, minor est quam recta, quæ potest duplum quadrati differentie laterum.



Sit triangulum ABC rectangulum in A, in quo perpendicularis AD, secet basim BC, in duo segmenta inæqualia, BD, DC, & centro A, intervallo AC, quod sit minus latus, describatur circulus CEF, secans basim BC in E, latus verò AB productum in punctis F, G, erit igitur laterum AB, AC differentia BF, differentia verò segmentorum BD, DC ipsa BE, sunt enim ED, DC, * æquales; Dico ipsam BE minorem esse quam recta quæ potest duplum quadrati

3. Tertiij

D 2 drati

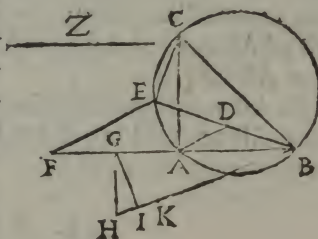
drati BF. Quoniam enim est BC ad BG, sicut BF ad BE, erit vt quadratum BC ad quadratum BG, ita BF quadratum ad quadratum BE, & duplatis antecedentibus, erit vt duplum quadrati BC ad quadratum BG, ita duplum quadrati BF ad quadratum BE, sed ostensum * est quadratum BG minus esse duplo quadrati BC, ergo & quadratum BE duplo quadrati BF minus erit, quare & recta BE minor erit quam recta, quæ potest duplum quadrati BF, quod erat demonstrandum.

*In secundâ
da parte
Lem. ante
Prob 7.*

Problema IX.

DAT A differentia segmentorum basis subtendentis angulum rectum trianguli, & differentia laterum; inuenire triangulum.

Sit data differentia segmentorû basis angulum rectum subtendentis Z, & differentia laterum AB. Oportet inuenire triangulum. Ponatur ipsi AB, æqualis & ad angulos rectos AC, & iuncta CB fiat diameter circuli, ex antecedente igitur Lemmate, CB maior est quam Z:

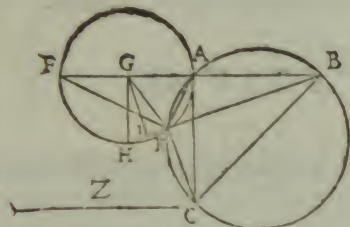


ideoque in circulo circa diametru CB descripto, poterit aptari recta linea ipsi Z æqualis, aptetur, & sit BE, & iungatur EC, cui æqualis sumatur BD, & iungatur quoque DA, & ei parallela agatur EF, secans BA continuatam in F, & secetur FA bifariam in G, à perpendiculari GH æquali ipsi GA, vel GF, & iungatur HB: triangulum igitur GHB rectangulum est in G, & differentia laterum GH, GB est ipsa AB data. Iam agatur ipsi HB perpendicularis GI, & sumatur IK æqualis IH, Quoniam igitur parallelæ sunt EF, DA ex constructione, erit vt DB, hoc est EC, ad EB, ita AB, ad FB, & vt quadratum EC ad quadratum EB, ita quadratum AB, ad FB quadratum, & componendo vt summa quadratorum EC, EB, hoc * est vt quadratum CB, seu quod idem est duplum quadrati AB, ad quadratum EB, ita erit summa quadratorum AB, FB, hoc * est duplum quadratorum FG, GB, vel GH, GB ad quadratum FB, & subduplatis antecedentibus, erit vt quadratum AB, ad quadratum EB, ita summa quadratorum GH, GB, hoc est quadratum

47. Primi

*10. Secū-
di.*

dratum HB , ad FB quadratum: quare ut AB , ad EB , hoc est ad Z , ita erit HB , ad FB , sed ut HB , ad FB , ita est AB , ad KB , ergo ut AB ad Z , ita erit AB , ad KB , æquales igitur erunt KB , & Z . Constructum est igitur triangulum GHB rectangulum ad G , cuius laterum GH , GB differentia est ipsa AB data, & KB differentia segmentorum HI , IB æqualis datæ Z , quod facere oportebat.



ALITER Inclinentur, ut prius ad angulos rectos AB , AC æquales, & iuncta BC fiat diameter circuli, in quo accommodetur ipsi Z æqualis BK : est autem ex antecedente Lemmate diameter BC maior quā Z , & conectatur AK , cui perpendicularis ducatur kF . Quo-

niam igitur angulus FAk minor est recto FAC , & angulus AkF rectus, erunt ambo simul duobus rectis minores, quare coibunt rectæ BA , kF : coeant in F , & circa diametrum FA describatur circulus cuius centrum G , is igitur circulus transibit per k , quoniam rectus est angulus AkF . Deinde producat Bk donec secet circulum AkF , in H : inferius autem demonstrabimus rectam Bk secare circulum, non autem contingere, & iuncta GH , ducatur ipsi HB perpendicularis GI . Quoniam igitur HI , Ik sunt æquales, differentia segmentorum HI , IB , erit kB , cui æqualis est Z data. Similiter differentia laterum GH , GB est ipsa AB data, superest igitur ut angulus HGB sit rectus, id autem ita fit manifestum.

Quoniam enim semirectus est angulus AkB (est enim æqualis semirecto ACB , uterque eidem circumferentiæ AB insistit) est autem AkF , rectus ex constructione, reliquus FkH semirectus erit: tres enim anguli AkB , AkF , FkH duobus rectis sunt æquales, & quoniam angulus FGH ad centrum duplus est anguli FkH ad circumferentiam, & est semirectus FkH , erit angulus FGH rectus, quare & HGB rectus quoque erit. Constructum est igitur triangulum GHB rectangulum in G , cuius laterum GH , GB differentia est ipsa AB data, & kB differentia segmentorum HI , IB æqualis ipsi Z , quod erat faciendum.

At verò rectam Bk secare circulum, ita demonstrabitur. Si enim non secat, rangit: tangat si possibile est, contactus igitur erit in k , & angulus GkB , erit rectus, sed semirectus est AkB , quia

quia æqualis est semirecto ACB , ergo & reliquus AkG semirectus erit, sed angulo AkG æqualis est angulus GAk , ratione æqualium laterum GA , Gk , ergo & ipse GAk semirectus erit, ablato igitur semirecto angulo GAK recto GAC , reliquus KAC erit semirectus, sed ipsi KAC æqualis est kBC , sunt enim in eadem portione circuli, ergo & ipse kBC semirectus erit, quare semirecto ABC æqualis, quod est absurdum; non igitur Bk tangit circulum, sed secat, quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM.

Itaque erit ut recta, quæ potest duplum quadrati differentiæ laterum trianguli minus quadrato differentiæ segmentorum basis, ad differentiam laterum, ita differentia segmentorum ad aggregatum laterum, & ita differentia laterum ad basim.

Resumpta enim primæ constructionis figura, est ut DB , ad BA , ita EB ad BF , hoc est ut EC , ad BA . ita Bk , ad BF , & ita AB , ad BH , est * enim eadem ratio AB ad BH , quæ kB ad BF .

In secunda constructionis figura, iuncta kC , similia erunt triangula AkC , FkB , nam angulus ACk æqualis est angulo ABk , quia in eadem sunt portione circuli, & quoniam recti sunt anguli CkB , AkF , hic ex constructione, ille ex vi semicirculi, & ideo æquales, addito communi angulo AkB , totus angulus AkC toti FkB æqualis erit, ac reliquus reliquo, ut igitur KC , ad CA , vel ad AB , ita erit kB ad FB , & ita AB , ad BH , est *

Ex Lem. enim AB ad BH , sicut kB ad BF .

in prob. 8 Sit AB 91, kB 119, erit FB 221, HB 169, unde GB 156, GH 65.

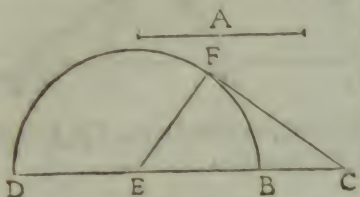
Est enim ut L 2401, hoc est ut 49, ad 91, ita 119, ad 221, & ita 91, ad 169.

Problema X.

DATO uno ex lateribus trianguli angulum rectum, ambientibus, & differentia inter reliquum latus, & basim, inuenire triangulum.

Sit

Sit datum vnum ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus A, data quoque differentia inter reliquum latus, & basim BC. Oportet inuenire triangulum. Fiat quadrato A æquale rectangulum BCD, & circa diametrum DB describatur



circulus cuius centrum E, ipsum autem circulum contingat recta CF in F, & iungatur EF, erit igitur rectangulum BCD æquale quadrato FC, sed æquale est & quadrato A ex constructione, quadratum igitur FC quadrato A æquale

erit, quare & recta FC æqualis rectæ A. Est autem * & angulus ^{18 Terrij} EFC rectus, & basis EC differt à latere EF per BC, æquales enim sunt EF, EB ex definitione circuli. Constructum est igitur triangulum EFC, quale construendum proponebatur.

CONSECTARIUM.

Itaque, alterum ex duobus lateribus trianguli angulum rectum ambientibus medium est proportionale inter differentiam & aggregatum reliqui lateris, & basim.

Quoniam enim rectangulum BCD æquale est quadrato FC, erit vt BC ad FC, ita FC, ad DC.

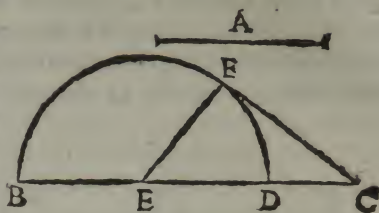
Sit FC 12, BC 6, erit DC 24, vnde EC 15, EF 9, Est enim vt 6, ad 12, ita 12, ad 24.

Problema XI.

DATO vno ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus, & aggregato reliqui lateris, & basim, inuenire triangulum.

Sit datum vnum ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus A, datum quoque aggregatum reliqui lateris, & basim BC, oportet inuenire triangulum. Secetur BC in D, vt rectangulum BCD sit æquale quadrato A, & circa diametrum BD circulus describatur cuius centrum E, a puncto autem C ducatur CF circulum contingens in F, & iungatur EF. Quoniam igitur CF contingit circulum in F, rectangulum BCD, æquale

æquale erit quadrato FC, sed æquale est & quadrato A, ex constructione, ergo quadratum FC quadrato A, æquale erit, unde & recta FC æqualis erit rectæ A. Constructum est igitur triangulum EFC rectangulum in F, cuius latus FC æquale est ipsi A, & composita ex reliquo latere FE, & base EC æqualis BC datæ, quod erat faciendum.



CONSECTARIUM.

Itaque alterum ex duobus lateribus trianguli angulum rectum ambientibus medium est proportionale inter differentiam, & aggregatum reliqui lateris, & basis.

Quoniam enim rectangulum BCD æquale est quadrato FC, erit ut BC, ad FC, ita FC, ad DC.

Sit FC 12, BC 24, erit DC 6, unde EC 15, EF 9, Est enim ut 24, ad 12, ita 12, ad 6.

Sex Problemata proximè præcedentia proposita sunt de triangulo rectangulo tantum, sex verò quæ sequuntur proponuntur de omni triangulo.

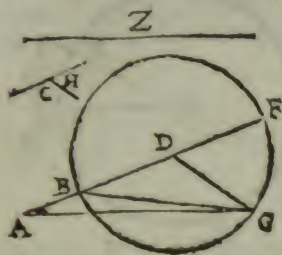
Problema XII.

DAT A base trianguli, differentia laterum, & angulo verticis, inuenire triangulum.

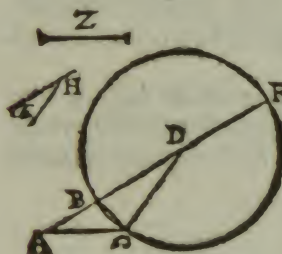
Sit data basis trianguli Z, differentia laterum AB, angulus ad verticem æqualis angulo C. Oportet inuenire triangulum.

Ponatur iam factum & sit illud triangulum DAG, cuius basis AG est æqualis ipsi Z, & angulus ADG ad verticem æqualis angulo C, ac denique differentia laterum DA, DG, quæ sit AB est positione, ac magnitudine data. Quoniam igitur DA, DG differunt per AB, erunt DB, DG æquales, itaque centro D intervallo DB, vel DG describatur circulus, quem fecerit AD continuata in F, & iungatur BG. Quoniam igitur datus est angulus ADG, dabitur & angulus FDG, ut reliquus è duobus rectis, ergo dabitur quoque & angulus FBG, ut dimidius anguli FDG, est

est enim angulus FDG ad centrum duplus anguli FBG, ad circumferentiam, sed positione est BD, & positione quoque punctum B, erit * igitur positione & BG, & quoniam in ipsam BG à dato puncto A ducta est AG magnitudine data, dabitur * ipsa



AG positione quoque, quare * & punctum G, sed datur, & angulus DGB: ē enim equalis angulo DBG, æqualibus existentibus DB, DG: ergo dabitur * GD positione, quare * & punctū quoque D dabitur. Quoniam igitur datæ sunt positione extremitates A, D, G, datarum positione AD, DG, ipsæ quoque * magnitudine datæ erunt.



Componetur autem sic. Producatur AB in F, & fiat angulus FBG æqualis dimidio eius, quem relinquit ē duobus rectis angulus C: hoc est dimidio anguli H, & in BG ponat AG æqualis Z, & angulo GBD æqualis constitutur angulus BGD, erunt igitur æquales DB, DG, quare differentia laterū DA, DG trianguli DAG, erit ipsa AB data. Describatur ex D centro ad internallum DG, vel DB, circulus, quē fecer AF in F, erit igitur angulus FDG ad centrum, duplus anguli FBG ad circumferentiam, sed eiusdem anguli FBG duplus est quoque & angulus H ex constructione, ergo angulus FDG angulo H æqualis erit, unde & angulus ADG ad verticē trianguli æqualis angulo C: est autem & basis AG æqualis datæ Z ex constructione. Constructum est igitur triangulum DAG, quod facere oportebat.

scribatur ex D centro ad internallum DG, vel DB, circulus, quē fecer AF in F, erit igitur angulus FDG ad centrum, duplus anguli FBG ad circumferentiam, sed eiusdem anguli FBG duplus est quoque & angulus H ex constructione, ergo angulus FDG angulo H æqualis erit, unde & angulus ADG ad verticē trianguli æqualis angulo C: est autem & basis AG æqualis datæ Z ex constructione. Constructum est igitur triangulum DAG, quod facere oportebat.

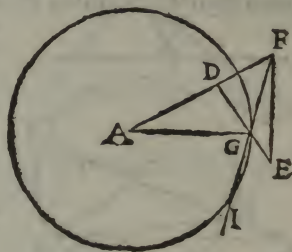
LEMMA

SI angulus trianguli fuerit centrum circuli, basis verò semidiameter, & ducatur linea recta non ex centro circuli, sed ab altera extremitate aggregati laterum, constituēs cum eo angulum æqualē dimidio, qui est ad verticem trianguli, angulo, illa recta linea in circulum incidet.

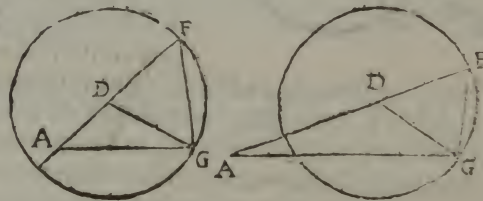
E

Sit

Sit triangulum DAG cuius basis AG, & centro A, interuallo AG, describatur circulus, & producatu AD in F, vt sit DF æqualis DG, aggregatum igitur laterum AD, DG erit AF: à puncto autem F ducatur FI, faciens angulum AFI, æqualem dimidio anguli ADG; Dico ipsam FI in circulum incidere, si enim non incidit, cadit extra qualis est FE, itaque continuetur DG, donec secet ipsam FE in E. Quoniam igitur externus angulus ADE trianguli DFE, æqualis est duobus internis DFE, DEF, quorum vnus nempe DFE, ponitur dimidius ipsius ADE, erit & reliquus DEF ipsius ADE dimidius: æquales igitur erunt anguli DFE, DEF, & ideo æquales rectæ DF, DE, quod est absurdum, ponitur enim DF æqualis DG, Recta igitur FI in circulum incidet, quod erat demonstrandum.



ALITER, Sit triangulum, DAG cuius basis AG, & centro D, interuallo DG, describatur circulus, secans AD productam in F, & iungatur FG, erit angulus AFG æqualis dimidio anguli AD: Ghic enim est ad centrū, ille ad circumferentiam. Si igitur ex A centro ad interuallo AG circulus describatur, ipsū tanget, vel secabit recta linea FG, ideoque in ipsum circulum incidet, quod erat demonstrandum.



Problema XIII.

Prob. 13.
lib. 2. Re-
giomonta-
ni de tria-
gulis.

DAT A base trianguli, aggregato laterum, & angulo verticis, inuenire triangulum.

Sit data basis trianguli Z, aggregatum laterum AB, angulus ad verticem æqualis angulo C. Oportet inuenire triangulum. Factum iam sit, & sit illud triangulum DAG, cuius basis AG est æqualis ipsi Z, aggregatum verò laterum AD, DG, æquale ipsi

ipsi AB, magnitudine ac positione data, & angulus ADG ad
verticem æqualis angulo C, iungatur autem BG Quoniam igitur
composita ex AD, DG æqualis est ipsi AB, ablata comuni
AD, reliqua DG reliquæ DB æqualis erit, & ideo circulus
ex D centro descriptus ad intervallum DG, transibit per B: de-
scribatur, erit igitur angulus A D G ad centrum, duplus anguli

B ad circumferentiam, sed datur
 angulus A D G, ergo dabitur &
 angulus B. & est positio AB
 ergo * & BG positio erit, sed
 in ipsam BG à dato puncto A du-
 cta est AG magnitudine data, ergo
 dabitur * ipsa AG positio
 quoque, & datum * erit punctum
 G, & data * quoque positio
 G D, datur enim angulus D G B,
 quia æqualis est dato DBG æqua-
 libus existentibus DB, DG, qua-
 re & punctum D dabitur. Quo-
 niam igitur data sunt extremita-
 tes A, D, G, datarum positio-
 AD, DG ipsæ quoque magnitu-
 dine data erunt.

Componitur autem Problema, hoc modo. Centro A, intervallo datae Z æquali, describatur

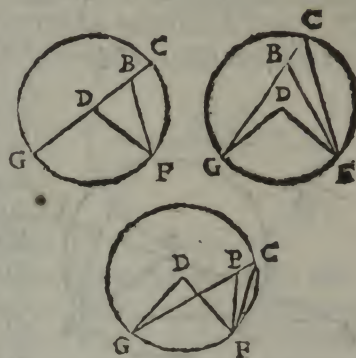
circulus, & fiat angulus ABG æqualis dimidio anguli C, ex antecedente igitur Lemmate, recta BG incidet in circulum sub A centro descriptum, incidat in G, & iungatur AG, & fiat angulo B æqualis angulus BGD, erit igitur DG æqualis DB, addita communi AD, composita ex AD, DG, erit æqualis AB. Centro autem D. intervallo DB, vel DG describatur circulus BG, erit igitur angulus A DG ad centrum duplex anguli B ex constructione, sed & angulus C duplex est anguli B ex constructione, ergo angulus ADE angulo C æqualis erit, est autem & basis AG æqualis datæ Z ex constructione. Constructum est igitur triangulum DAG quale construendum proponebatur.

LEMMMA.

Si duo anguli in ratione dupla eidem circumferentie cir-
E 2 culi

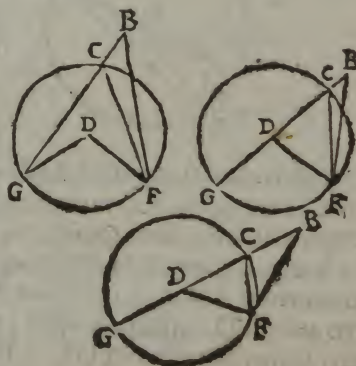
culi insisterint, duplus autem, fuerit ad centrum, alter ad circumferentiam erit.

Insistant duo anguli GDF, GBF eidem circuli circumferentiæ GF, & sit angulus GDF ad centrum circuli, atque duplus anguli GBF, Dico angulum GBF ad circumferentiam esse. Si enim non est ad circumferentiam, erit intra circulum, vel extra. Sit primum si fieri potest, intra circulum, & producaturs GB vsque ad circumferentiam in C, & iungatur FC, erit igitur angulus GDF



ad centrum, duplus anguli GCF ad circumferentiam, sed duplus est & anguli GBF ex hypothesi, ergo angulus GBF angulo GCF æqualis erit, externus interno, quod est absurdum: angulus igitur GBF non est intra circulum.

Deinde sit angulus GBF extra circulum, ipsum igitur circulum secabit, vel utraque rectarum GB, FB, vel saltem una: secet ipsa GB in puncto C, & iungatur FC, erit igitur angulus GDF, ad centrum, duplus anguli GCF ad circumferentiam; sed duplus est & anguli B ex hypothesi, ergo angulus GCF angulo B æqualis erit, externus interno, quod est absurdum: angulus igitur GBF non est extra circulum, sed neque intra circulum ut est ostensum, ergo ad circumferentiam erit, quod erat demonstrandum.

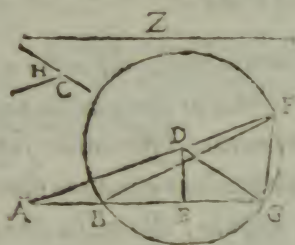


Problema XIV.

DAT A differentia segmentorum basis trianguli, aggregato lateri, & angulo verticis, inuenire triangulum.
Sic

Sit data differentia segmentorum basis trianguli AB, aggregatum laterum Z, angulus ad verticem æqualis angulo C. Oportet inuenire triangulum.

Inuentum iam sit, & sit illud triangulum DAG in quo perpendicularis DE, & centro D, intervallo DG, quod sit minus latus, describatur circulus, secans latus AD productum in F, basim verò AG in B, erunt igitur BE, EG æquales, vnde differentia segmentorum AE, EG erit AB: estò igitur ipsa AB positione ac magnitudine data, composita verò ex lateribus AD, DG: hoc est ipsa AF, estò æqualis Z, & angulus ADG ad verticem æqualis angulo C, & iungantur BF, FG. Quoniam igitur



datur angulus ADG, dabitur & angulus FDG, vt reliquus è duobus rectis, & dabitur quoque angulus FBG, vt dimidius anguli FDG: angulus enim FDG ad centrum, duplus est anguli FBG ad circumferentiam, positione igitur * erit BF, quia positione est & AB, & quoniam datum est punctum A, à quo in BF ducta

est AF magnitudine data, dabitur * ipsa AF positione quoque, vnde dabitur * & punctum F, & quoniam datus est angulus ADG ad centrum, datus erit & angulus AFG ad circumferentiam, vt eius dimidius, atque data * erit positione FG, vnde datum * erit & punctum G, & data * quoque positione GD, quia datus est angulus DGF: etenim æqualis est dato angulo DFG, ratione æqualium laterum DG, DF, quare datum * erit & punctum D. Quoniam igitur datae sunt extremitates A, D, G, datarum positione, AD, DG, AG ipsæ quoque magnitudine datae erunt.

Componetur autem hoc modo. Producatu AB in G, & fiat angulus GBF æqualis dimidio eius, quem relinquit è duob. rectis angulus C, hoc est dimidio anguli H, & in BF ponatur AF æqualis Z, & fiat angulus AFG æqualis dimidio anguli C, angulus verò FGD æqualis angulo AFG, erunt igitur æquales DG, DF: addita communi AD composita ex lateribus AD, DG trianguli DAG, æqualis erit ipsi AF, hoc est Z datae.

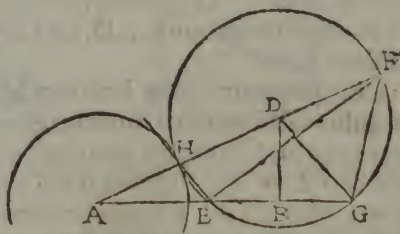
Deinde centro D, intervallo DG vel DF, describatur circulus FE. Quoniam igitur angulus C duplus est anguli AFG ex constructione, similiter & angulus ADG ad centrum duplus eiusdem

eiufdem anguli AFG ad circumferentiam, erit angulus ADG aduerticem dato angulo C æqualis, quare & angulus FDG angulo H, sed angulus H duplus est anguli FBG ex constructione, ergo & angulus FDG eiufdem anguli FBG duplus erit, sed angulus FDG est ad centrum, & infistit circumferentiæ FG, cui etiam & angulus FBG infistit, ergo ex antecedente Lemmate, angulus FBG ad circumferentiam erit. Iam agatur ipsi
 3. Terij. AG perpendicularis DE, erunt igitur *æquales BE, EG, & ideo differentia segmentorum AE, EG erit ipsa AB data. Constructum est igitur triangulum DAG, vt facere oportebat.

L E M M A I.

SI angulus trianguli fuerit centrum circuli, differentia verò laterum semidiameter, & ducatur linea recta non ex centro circuli, sed ab altera extremitate differentiae segmentorum basis, constituens cum ea angulum æqualem dimidio; qui est ad verticem trianguli, angulo, illa recta linea circulum secabit.

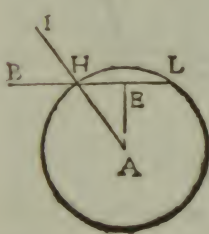
Sit triangulum DAG, in quo perpendicularis DE secet basim AG in E, & centro D, interuallo DG, quod sit minus latus, describatur circulus secans latus AD productum in punctis H, F, basim verò AG in B; laterum igitur DA, DG differentia erit AH, differentia verò segmentorum AE, EG erit AB, iungantur autem BH, FG. Quoniam igitur quadrilaterum FGBH est in circulo, anguli HBG, HFG ex aduerso, duobus rectis sunt æquales, sed & anguli HBG, HBA æquales sunt duobus rectis, ergo anguli HBG, HFG angulis HBG, HBA æquales erunt, dempro communi angulo HBG, reliquus HFG, reliquo HBA æqualis erit, sed angulus HFG ad circumferentiam dimidius est anguli HDG ad centrum, ergo & angulus HBA, eiufdem anguli ADG dimidius erit, Dico igitur circulum sub A centro, interuallo



uallo AH descriptum, secari à BH : manifestum est autem ipsam BH in eum incidere, quoniam punctum H est in circumferentia, si igitur eum non secat, tangit, tangat si fieri potest, contractus erit in H , & iungatur BF , ergo rectus * erit angulus AHB , & ideo æqualis recto HBF , qui est insemicirculo; quare parallelæ * erunt AF , BF , quod est absurdum, conveniunt enim in F . Non igitur BH tangit circulum, cuius centrum A , sed secat, quod erat demonstrandum. 18. Terti
27. Primi

LEMM A II.

SECRET circulum sub A centro recta linea BHL , in punctis H , L , & per punctum H , quod sit propius ad B , ducatur altera recta AHI . Dico angulum IHB minorem esse recto.



Diuidatur enim HL bifariam in E , & iungatur AE , rectus igitur erit angulus AEH , ac proinde angulus EHA recto minor: tres enim interni anguli trianguli AEH duobus rectis sunt æquales, sed angulus EHA , æqualis est angulo IHB : sunt enim ad verticem, ergo & angulus IHB , erit recto minor, quod erat demonstrandum.

Problema XV.

DAT A differentia segmentorum basis trianguli, differentia laterum, & angulo verticis, inuenire triangulum. Prob. 20.
lib. 2. Re-
giom. de
triangulis.

Sit data differentia segmentorum basis trianguli AB , differentia laterum Z , angulus ad verticem æqualis angulo C . Oportet inuenire triangulum.

Factum iam sit, & sit illud triangulum DAG , in quo perpendicularis DE , & centro D , intervallo DG , quod sit minus latus, describatur circulus secans latus DA in H , basim verò AG in B , differentia igitur segmentorum AE , EG erit AB , differentia verò

& secetur HF bifariam in D , & centro D , intervallo DH , vel DF , describatur circulus, eius circumferentia transibit per B , propter angulum HBH rectum. Deinde producat AB donec secet circulum FBH in G , & iungantur DG , FG , & ipsi AG ducatur perpendicularis DE , erunt igitur æquales BE , EG , & ideo differentia segmentorum AE , EG , erit ipsa AB data. Similiter quoniam æquales sunt DH , DG ut semidiametri, differentia laterum AD , DG erit AH , cui æqualis est Z data ex constructione. Superest igitur ut angulus ADG ad verticem trianguli DAG æquetur angulo C , id autem ita fit manifestum. Quoniam enim quadrilaterum $FGBH$ est in circulo, anguli HBG , HFG ex aduerso duobus rectis erunt æquales, sed & anguli HBG , HBA sunt æquales duobus rectis, ergo anguli HBG , HFG angulis HBG , HBA æquales erunt: dempro communi angulo HBG , reliquus HFG reliquo HBA æqualis erit, sed anguli HFG ad circumferentiam duplus est angulus $H DG$ ad centrum, ergo & anguli HBA duplus erit angulus ADG , sed & angulus C duplus est anguli HBA ex constructione, ergo angulus ADG angulo C æqualis erit, quod ostendisse oportuit; Constructum est igitur triangulum DAG , quale construendum proponebatur.

Problema XVI.

DATO uno ex lateribus trianguli datum verticis angulum ambientibus, & differentia inter reliquum latus, & basim, inuenire triangulum.

Sit datum unum ex lateribus trianguli angulum verticis ambientibus, AB : differentia inter latus reliquum & basim, Z , angulus ad verticem æqualis angulo C . Oportet inuenire triangulum.

Factum iam sit, & sit illud triangulum ABD , cuius latus AB esto positione ac magnitudine datum, differentia verò inter reliquum latus AD , & basim DB esto æqualis ipsi Z , & angulus DAB ad verticem æqualis angulo C . Ponatur autem DG æqualis DB , differentia igitur ipsarum AD , DB erit AG , & iungatur GB . Quoniam igitur datus est angulus DAB , datus erit & angulus GAB , ut reliquus è duobus rectis, hic autem in prima figura ad primum casum pertinens, in secunda verò figura,

F

quæ

quæ ad secundum casum pertinet, angulus DAB idem est quod angulus GAB, quocunque igitur casu datur angulus GAB: est

29. *Dat.* autem positione AB, ergo *positione est & AG, sed & magni-

27. *Dat.* tudine, ponitur enim æqualis ipsi Z, ergo *punctum G datum

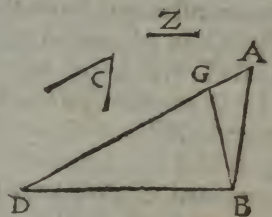
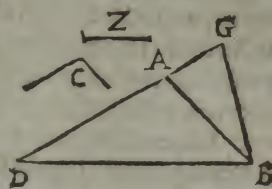
26. *Dat.* erit, sed datum est & B, ergo *GB positione erit, & magnitudine, atque adeo dabitur angulus AGB, quia datur *triangulum AGB specie, & in secunda figura dabitur quoque & DGB,

39. *Dat.* ut reliquus è duobus rectis, itaque in vtraque figura dabitur angulus DBG, est enim æqualis ipsi DGB, æqualibus

29. *Dat.* existentibus DG, DB, quare *BD positione erit, & ideo *positione quo-

25. *Dat.* que, & punctum D, ac propterea *ipsæ BD, AD magnitudine quoque datæ erunt.

Componetur aut hoc modo. Constituatür angulo C, æqualis angulus BAD, & ponatur ipsi Z æqualis AG, & iungatur GB, & angulo DGB æqualis constituatür angulus GBD, & BD occurrat ipsi AD in D, erunt igitur DG, DB æquales, & ideo differentia inter latus AD, & basim DB trianguli ABD, erit AG, hoc est Z data: est autem & angulus DAB ad verticem, æqualis angulo C ex constructione, & latus AB ipsum datum. Constructum est igitur triangulum ABD, ut facere oportebat.



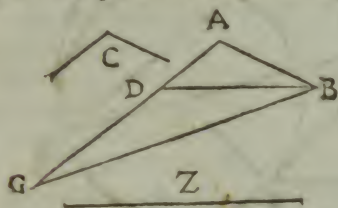
Problema XVII.

DATO uno ex lateribus trianguli datum verticis angulum ambientibus, datoque aggregato reliqui lateris & basis; inuenire triangulum.

Sit datum vnum ex lateribus trianguli angulum verticis ambientibus AB, composita verò ex reliquo latere, & base Z, & angulus ad verticem æqualis angulo C. Oportet inuenire triangulum.

Ponatur iam factum & sit illud triangulum ABD, cuius latus AB estò positione ac magnitudine datum, composita verò ex reliquo latere AD, & base DB estò æqualis ipsi Z, & angulus aduer-

aduerticem A æqualis angulo C. Producatur autem AD in G,
ut sit DG æqualis DB: erit igitur AG æqualis compositæ ex AD,
DB, & iungatur GB. Quoniam igitur positione est AB, & da- 29. Dat.
tus est angulus A, erit AG * positione data, sed data est & ma- 27. Dat.
gnitudine, ergo & * punctum G datum erit, datur autem & B, 26. Dat.
dabitur, * ergo GB positione, & magnitudine, atque adeo da- 39. Dat.
bitur & angulus G, quia triangulum * ABG datur (specie; est au-
tem angulo G æqualis angulus GBD, ratione æqualiū DB, DG,
quare & ipse GBD datus erit, positione igitur * erit BD, quare 29. Dat.
& * punctum D Quoniam igitur 25. Dat.



tur positione daratū DB; D A
dati sunt termini A. D. B, ipse
magnitudine quoque datæ e-
runt.

Componetur autem sic, an-
gulo C cōstituatur æqualis an-
gulus BAG, & ponatur AG æ-
qualis ipsi Z, & iuncta GB, constituatur quoque angulus GBD
æqualis angulo G, erunt igitur DB, DG æquales, addita com-
muni DA, composita ex latere AD, & base DB trianguli ABD,
æqualis erit ipsi AG, hoc est Z datæ: est autem & angulus ad-
uerticem A æqualis angulo C ex constructione, & latus AB
ipsum datum. Constructum est igitur triangulum ABD, quod
facere oportebat.

Problema XVIII.

DATO uno ex lateribus trianguli angulum rectum
ambientibus, dataque differentia segmentorum basis,
inuenire triangulum.

Hoc Problema duos casus habet propter duplicem lateris
dati conditionem: latus enim datum intelligitur interdum mi-
nus duorum, interdum maius, ad primum igitur casum prima
figura pertinet, ad secundum secunda.

Sit datum unum ex lateribus trianguli angulum rectum am-
bientibus AB, data quoque differentia segmentorum basis Z.
Oportet inuenire triangulum. Inclinentur ad angulos rectos
AB, AC æquales, & conectatur CB, cui perpendicularis duca-
tur BD & æqualis dimidia Z, & conectatur quoque CD, &

F 2 centro

centro D, intervallo DB describatur circulus GBH, secans CD productam in punctis G, H, is igitur circulus tanget rectam CB in B. Deinde circa diametrum CH describatur alius circulus, cui inscribatur CF æqualis AB, & iungatur FH, & ipsi CH ducatur perpendicularis FI. Quoniam igitur CB tangit circulum GBH in B, rectangulum GCH æquale erit quadrato CB,

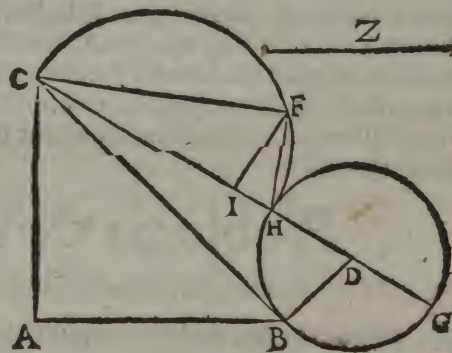
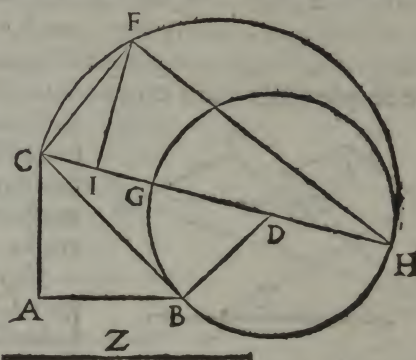
sed quadratū CB duplū est quadrati AB, hoc est quadrati CF, ergo & rectangulum GCH quadrati CF duplum erit, sed quadrato CF æquale est rectangulum ICH, est

Ex coroll.
826.

enim* CF media proportionalis inter IC, CH: rectangulum igitur GCH duplū erit rectanguli ICH, atque adeo CG dupla erit ipsius CI, unde CI, IG erunt æquales; itaque differentia segmentorū CI, IH erit CH, hoc est Z data, est autem & latus FC æquale ipsi AB ex constructione, & angulus CFH in semicirculo rectus, Triangulum igitur FCH problemati satisfacit, quare factum est quod oportebat.

At verò diametrum CH maiorem esse quam AB, in prima figura manifestum est, in secunda verò sic demonstrabitur.

Sit si fieri potest diameter CH non maior quam AB, ergo CG minor erit quam AB dupla: est enim HG, hoc est Z minor quam AB, quia differentia segmentorum basis trianguli minor est latere maiori, quare rectangulum HCG minus erit rectangulo sub AB, & altera ipsius dupla, hoc est duplo quadrati AB, sed duplum quadrati AB æquale est quadrato CB, ergo rectangulum HCG minus erit quadrato CB, quod est absurdum,



surdum, ostensum enim est in elementis ipsi æquale. Diameter igitur CH maior est quam AB, quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM.

Primo igitur casu, composita ex dimidia differentia segmentorum basis, & ea quæ potest duplum quadrati lateris dati, plus quadrato dimidiæ differentiæ, æqualis est basi trianguli quæsiti.

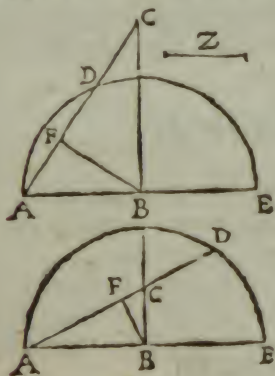
Secundo casu, excessus quo prædicta potens superat dimidiam segmentorum differentiam, æqualis est quæsitiæ basi.

Recta enim quæ potest duplum quadrati lateris dati, plus quadrato dimidiæ differentiæ segmentorum basis est CD, dimidia verò differentia DH, basis autem CH trianguli FCH in prima figura, est composita ex CD, DH, in secunda verò figura basis CH est excessus, quo CD superat ipsam DH.

Sit FC in prima figura 30, GH 14, vel DH 7, erit CH 50, unde FH 40, radix enim quadrati 1849, quod constat duplo quadrati ex 30, & quadrato ex 7, est 41, cui si addatur 7, fiet 50, probatæ CH.

In secunda figura sit FC 40, HG 14, vel HD 7, erit CH 50, unde FH 30, radix enim quadrati 3249, quod constat duplo quadrati ex 40, & quadrato ex 7, est 57, excessus igitur quo 57, superat 7, erit 50, probatæ CH.

• A L I T E R idem Problema hoc modo absoluetur. Ipsidem datis, quæ prius. Duplicetur AB in E, & in AE descri-



batur semicirculus, & ducatur ipsi AE perpendicularis BC indefinita, in ipsa autem BC ponatur AC secans semicirculum in D, ita ut CD fiat æqualis ipsi Z: hoc enim fieri posse demonstravimus in Apollonio redimmo, casu quarto, & tertio secundi Problematis. Denique ipsi AC ducatur perpendicularis BF, erunt igitur AF, FD æquales, & ideo differentia segmentorum AF, FC erit CD, hoc est Z data. Constructum est igitur triangulum ABC rectangulum in B, cuius latus AB est

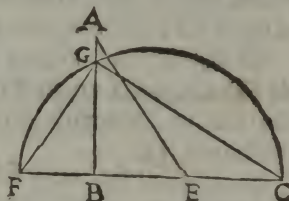
ipsum datum, & CD differentia segmentorum AF, FC æqualis Z data, quod erat faciendum.

Problema

Problema XIX.

DATO vno ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus, datoque alterno basis segmento, inuenire triangulum.

Sit datum vnum ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus AB, segmentum autem basis alternum BC. Oportet inuenire triangulum. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & secetur BC bifariam in E, & iungatur AE, cui æqualis ponatur EF, & in FC describatur semicirculus, quem ABsecet in G, & iungantur FG, GC. Quoniam igitur secta est BC bifariam in E, & illi adiecta FB, rectangulum BFC vnà cum quadrato BE æquale *erit quadrato FE, hoc est AE, sed quadratū AE æquale est quadratis AB, BE, ergo rectangulum BFC vnà cum quadrato BE æquale erit quadratis AB, BE. Commune auferatur quadratum BE, reliquum igitur rectangulum BFC, hoc est quadratum GF (est enlm *
G. Secūdi. GF media proportionalis inter BF, FC) reliquo quadrato AB æquale erit, quare & recta GF æqualis erit rectæ AB. Constructum est igitur triangulum GFC rectangulum in G, cuius latus GF æquale est ipsi AB, & segmentum basis alternum BC est ipsum datum, quod facere oportebat.



CONSECTARIUM.

Itaque recta quæ potest quadrata, lateris videlicet dati, & dimidij segmenti, aucta dimidio segmento, æqualis est basi trianguli, diminuta verò æqualis alteri segmento.

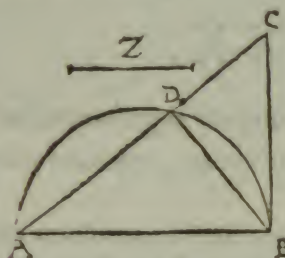
Recta enim quæ potest quadrata lateris dati, & dimidij segmenti est AE, hoc est FE, dimidium verò segmentum EC, vel EB: basis igitur FC æqualis est FE auctæ ipsa EC, segmentum verò FB æquale eidem FE diminutæ ipsa EB.

Sit latus trianguli GF 15, alternum basis segmentum BC 16, eius dimidium 8, erit basis FC 25, FB alternum segmentum 9, vnde latus GC 20. Radix enim quadrati 289, quod constat quadra-

quadratis ex 15, & 8, est 17, cui si addatur 8, fiet 25. probase FC, si verò auferatur, relinquetur 9, pro segmento FB.

A L I T E R idem Problema hac ratione absoluetur.

Sit datum vnum ex lateribus trianguli angulum rectum ambientibus AB, segmentum basis alternum Z. & oporteat facere quod imperatum est. Describatur in AB semicirculus, & ducatur perpendicularis BC indefinita, in ipsa autem BC ponatur AC secans semicirculum in D, ita vt DC sit æqualis ipsi



Z: hoc autem quomodo fieri possit demonstrauius in Apollonio reductio, casu quinto problematis secundi, si igitur iungatur DB, triangulum ABC, erit illud de quo quaeritur, est enim rectangulum in B ex constructione, & latus AB ipsum datum, atque segmentum basis alternum DC æquale ipsi Z ex constructione, basis enim segmenta sunt

AD, DC, quia BD perpendicularis est basi AC, propter angulum ADB in semicirculo rectum, quare factum est quod oportebat.

Magni momenti essent duo problemata proximè præcedentia, si in omni triangulo non in rectangulo tantum construeretur, primum enim opportunum esset ad sectionem cuiuslibet anguli rectilinei, vel circumferentiæ in tres partes æquales, secundum verò ad duplicationem cubi. Proponerentur illa duo problemata hoc modo.

Primum, Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, dataque differentia segmentorum basis, inuenire triangulum.

Secundum, Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, datoque alterno basis segmento, inuenire triangulum. Si hæc problemata construerentur, secaretur vt diximus quilibet angulus rectilineus, vel circumferentiæ trifariam, duplicaretur cubus, atque Geometriæ defectus supplerentur.

LEMMA.

Quadratum differentie duorum laterum æquale est quadratis laterum, minus duobus sub ipsis rectangulo.

Sint

7. 2.

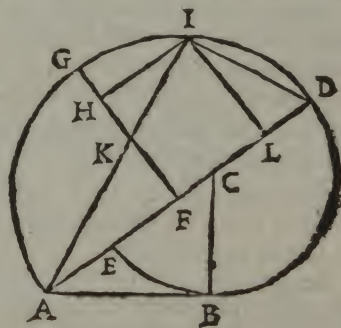
Sint duo latera AB, CD quorum differentia AC. Dico quadratum AC æquale esse quadratis AB, BC, minus duplo rectangulo ABC. Quoniam enim quadratum AC vna cum duplo rectangulo ABC æquale est quadratis AB, CB, ablato vtrinque duplo rectangulo ABC, quadratum AC æquale erit quadratis AB, CB, minus duplo rectangulo ABC, quod erat demonstrandum.



Problema XX.

DAT A differentia laterum trianguli angulum rectum ambientibus, dataque perpendiculari, inuenire triangulum.

Sit data differentia laterum trianguli angulum rectum ambientibus AB, data quoque perpendicularis BC. Oportet inuenire triangulum. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & conectatur AC, & centro C, interuallo CB describatur circulus, secans AC continuatam in punctis E, D, is igitur circulus tanget ipsam AB in B: deinde fiat AD diameter alterius circuli AGD, ex cuius centro F ducatur perpendicularis FG, & sumatur FH æqualis CD, vel CB, & ipsi AD parallela agatur HI, secans circulum AGD in I, & conectantur AI, ID, & ipsi AD ducatur perpendicularis IL, & sumatur IK æqualis ID. Quoniam igitur parallelogrammum est HILF, erit IL perpendicularis trianguli IAD, æqualis HF: hoc est ipsi CB, est autem & angulus AID in semicirculo rectus; superest igitur vt AK differentia laterum IA, ID æquetur ipsi AB, id autem ita fit manifestum.



Quoniam enim laterum IA, ID differentia est AK, quadratum AK ex antecedente Lemmate æquale erit quadratis AI, ID, minus duplo rectangulo AID, sed quadrata AI, ID æqualia sunt

Ita sunt quadrato AD , & duplum rectangulum AID æquale duplo rectangulo AD , IL : est enim propter similitudinem triangulorum IAD , ILD , ut AI ad AD , ita IL ad ID & ideo rectangulum AID sub extremis, æquale rectangulo AD IL sub medijs: quadratum igitur Ak æquale erit quadrato AD , minus duplo rectangulo AD , IL , hoc est minus rectangulo ADE : est enim DE dupla ipsius IL , sed quadratum AD minus rectangulo ADE idem est quod rectangulum DAE , ergo quadratum Ak , æquale erit rectangulo DAE , hoc * est quadrato AB , unde & recta Ak æqualis rectæ AB , quod ostendisse oportuit. Constructum est igitur triangulum IAD rectangulum in I , cuius laterum IA , ID differentia AK , æqualis est ipsi AB , & perpendicularis IL æqualis BC , quod faciendum erat. 36. Tertij

CONSECTARIUM.

Itaque composita ex perpendiculari, & ea cuius quadratum æquale est quadratis differentiarum laterum, & perpendicularis æqualis est basi trianguli quæsitæ.

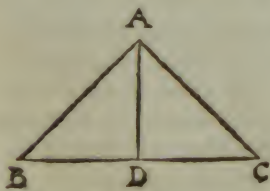
Recta enim cuius quadratum æquale est quadratis Ak , IL , hoc est AB . BC est AC , composita verò ex IL , hoc est ex CD , & ex ipsa AC est AD , basis trianguli IAD .

Sit AK 5, IL 12, erit AD 25, unde IA 20, ID 15. Radix enim quadrati 169, quod constat quadratis ex 5, & 12, est 13, cui si addatur 12, fiat 25, probat AD .

LEMMA

Quadratum aggregati laterum trianguli, angulum rectum ambientium, non est minus octuplo eius quod à perpendiculari fit quadrati.

Sit triangulum ABC , in quo perpendicularis AD cadat in



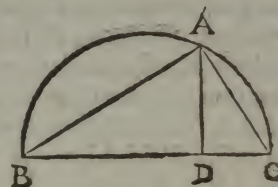
basim BC , ab angulo recto BAC . Dico quadratū compositū ex BA , AC non esse minus, octuplo quadrati AD : aut enim æqualia sunt latera AB , AC , aut inæqualia, sint primum æqualia, ergo & BD , DA , DC erunt quoque æquales, & ideo quadratum AB duplum erit quadrati AD , sed quadrati

G

50 *VARIORVM PROBLEM.*

quadrati AB quadruplum est quadratum compositæ BAC, ergo quadratum ipsius BAC compositæ octuplum erit quadrati AD, non autem minus.

Sed sumo latera AB, AC inæqualia, ergo & BD, DC erunt inæquales, describatur autem in BC semicirculus BAC, eius circumferentia transibit per A, propter angulū BAC rectum. Quoniam igitur inæquales sunt BD, DC, ipsa DA non erit ex centro circuli, & ideo BC maior erit quam AD dupla, & consequenter quadratum BC maius quadruplo quadrati AD, eadem ratione, & rectangulum BC, AD maius erit duplo quadrati AD, & consequenter duplum rectanguli BC, AD maius quadruplo quadrati AD; ergo quadratum BC, vñ cum duplo rectanguli BC, AD maiora erunt octuplo quadrati AD, sed quadratum BC æquale est quadratis AB, AC, & duplū rectanguli BC, AD æquale duplo rectanguli BAC: est enim propter similitudinem triangulorum ABC, DAC, ut BC ad BA, ita AC ad AD, & ideo rectangulum sub extremis BC, AD æquale rectangulo BAC sub medijs: quadrata igitur BA, AC, vñ cum duplo rectanguli BAC, hoc est quadratum compositæ BAC maius erit octuplo quadrati AD, non autem minus. Quare cōstat propositum.



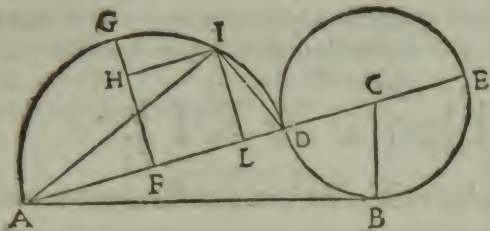
Problema XXI.

DATO aggregato laterum trianguli angulum rectum ambientium; dataque perpendiculari, inuenire triangulum:

Sit datum aggregatum laterum trianguli, angulum rectum ambientium AB, data quoque perpendicularis BC. Oportet inuenire triangulum. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & conectatur AC, & centro C, intervallo CB describatur circulus, secans AC continuatam in punctis E, D, is igitur circulus tanget ipsam AB in B. Deinde fiat AD diameter alterius circuli AGD, ex cuius centro F ducatur perpendicularis FG, & sumatur FH æqualis CD, vel CB: inferius demonstrabitur ipsam FG non esse minorem quam BC, acta denique ipsi AD parallela

52

Quoniā enim quadratum compositū AID equale est quadratis AI, ID, vñā cum duplo rectāgulo AID, quadrata autem AI, ID æqualia sunt quadrato AD, & du-



36. Terij

CONSECTARIVM.

G 2 dratum

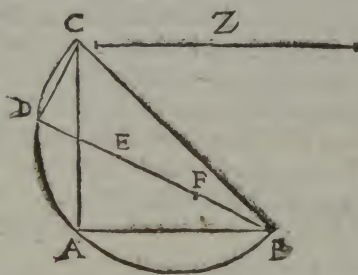
dratum æquale est quadratis compositæ ex lateribus, & perpendicularis, æqualis est basi trianguli quæsiti.

Differentia enim inter perpendicularem BC, hoc est CD, & ipsam AC, rectam videlicet cuius quadratum æquale est quadratis AB, BC, est AD, basis trianguli IAD.

Sit composita ex AI, ID, hoc est ipsa AB 35, IL seu BC 12. Erit AD 25, unde IA 20, ID 15, differentia enim inter 12, & 37, radicem videlicet quadrati 1369, quod constat quadratis ex 35, & 12, est 25, quæ indicat basim trianguli quæsiti.

Problema XXII.

DATIS duabus rectis lineis inæqualibus quam maior non excedat diametrum quadrati ex minore descripti, maiorem ita secare, ut partium quadrata simul æqualia sint quadrato minoris.



Sint datæ duæ rectæ lineæ, Z quidem maior, AB minor. Oportet ipsam Z, in duas partes secare, ita ut partium quadrata simul æqualia sint quadrato AB. Ducatur ipsi AB perpendicularis, & æqualis AC, & iuncta CB, fiat diameter circuli CAB, in quo accommodetur BD æqualis ipsi Z, ex determi-

natione enim Problematis ipsa Z non est maior quam CB, deinde iungatur CD, cui æqualis ponatur DE, & secetur bifariam EB in F. Quoniam igitur BE secta est bifariam in F, & illi adiecta ED, quadrata DB, DE dupla * erunt quadratorum DF, FB, sed quadrata DB, DE: hoc est DB, DC æqualia sunt quadrato CB propter angulum CDB in semicirculo rectum, ergo & quadratum CB duplum erit quadratorum DF, FB, sed duplum est & quadrati AB, ergo quadrata DF, FB quadrato AB æqualia erunt. Secta est igitur DB, cui æqualis est Z data in F, ita ut quadrata partium DF, FB æqualia sint quadrato AB, quod facere oportebat.

50. Secūdi.

CON-

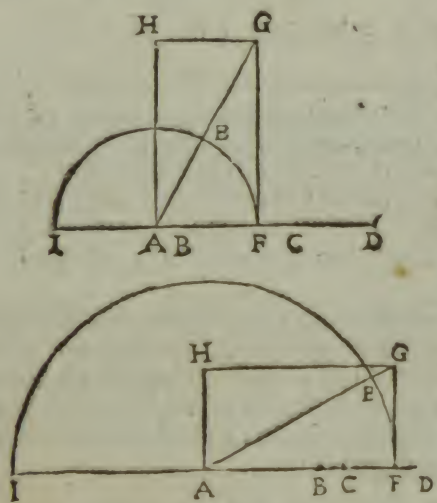
CONSECTARIVM.

Itaque excessus, quo duplum quadrati à linea minore superat quadratum à maiore, æqualis est quadrato differentie partium maioris.

Sit Z, vel DB 17. AB 13, erit DF 12, FB 5. Excessus enim quo duplum quadrati ex 13, quod est 338, superat quadratū ex 17, nempe 289, est 49, quadratum videlicet ipsius DE differentie partium D F, F B, unde ipsa DE erit 7, reliqua verò EB 10, eius dimidia FB 5, DF 12.

Problema XXIII.

DATIS duobus excessibus quibus diameter parallelogrammi rectanguli utrunque latus superat, inuenire parallelogrammum.



Sint dati duo excessus AB, BC, quibus diameter parallelogrammi rectanguli excedit latera. Oportet inuenire parallelogrammū. Ponatur in directum AB, BC, & fiat duplo rectanguli ABC æquale quadratum CD, & ponatur DF æqualis BC, & ipsi AD ducatur perpendicularis FG ipsi verò BD æqualis, & compleatur parallelogrammū AFGH, cuius diameter AG, & centro A, interuallo AF describa-

tur circulus, quem secet AG in E, ipsa verò producta in I. Quoniam igitur duplum rectanguli ABC æquale est quadrato CD ex constructione, addito communi quadrato BC, unā cum duplo rectanguli FBC, duplum rectangulorum ABC, FBC, unā cum

cum quadrato BC, hoc est FD, æqualia erunt quadratis BC, CD, vnà cum duplo rectanguli FBC, hoc est BCD: sunt enim BF, CD æquales, quia BC æqualis est FD, & CF vtrique communis, sed duplum rectangulorum ABC, FBC æquale est rectangulo sub BC, hoc est FD, & composita ex duplis AB, BF, hoc est rectangulo IFD: ergo rectangulum IFD, vnà cum quadrato FD, hoc * est rectangulum IDF æquale erit quadratis BC, CD, vnà cum duplo rectanguli BCD, hoc est * æquale erit quadrato BD, vel FG, addatur commune quadratum AF, rectangulum igitur IDF, vnà cum quadrato AF, hoc * est quadratum AD æquale erit quadratis AF, FG, hoc est quadrato AG, quare & recta AD æqualis erit rectæ AG: ablatis igitur æqualibus AF, AE, reliqua FD, hoc est BC reliquæ EG æqualis erit. Parallelogrammi igitur AFGH diameter AG excedit latus AF excessu EG æquali ipsi BC, excedit autem & alterum latus FG excessu æquali AB, ipsa enim AD, cui æqualis est diameter AG, excedit ipsam BD, hoc est latus FG excessu AB. Constructum est igitur parallelogrammum rectangulum AFGH, vt facere oportebat.

3. Secūdi.

4. Secūdi.

6. Secūdi.

CONSECTARIVM.

Itaque, recta cuius quadratum, duplum est rectanguli sub excessibus datis aucta excessu maiori, efficit latus maius parallelogrammi quaesiti, aucta verò minori excessu, latus minus efficit, aucta denique vtroque excessu efficit diametrum.

Recta enim D C aucta excessu CB æqualis est lateri FG, aucta verò vtroque excessu CB, BA, æqualis diametro GA, ac denique recta DC, hoc est FB aucta excessu BA, est ipsum latus FA.

Sit minor excessus 2, maior 9, erit latus maius parallelogrammi quaesiti 15, latus minus 8, diameter 17, duplum enim rectanguli sub excessibus 2, & 9, est 36, radix verò quadrata numeri 36, est 6, quæ aucta excessu 9, fit 15, pro latere maiori, aucta verò excessu 2, fit 8, pro latere minori, aucta denique vtroque excessu 2, & 9, fit 17, pro diametro.

Problema XXIV.

DATO vno ex angulis rombi, & differentia inter eius latus, & diametrum, inuenire rombum.

Sit

Sit datus vnus ex angulis rombi, æqualis angulo CDE, differentia autem inter eius latus, & diametrum AB. Oportet inuenire rombum. Si angulus datus sit is quem diameter secat, reliquus è duobus rectis erit angulus quem diameter subrẽdit. Itaque dato vno dabitur alter. Sit igitur datus angulus CDE æqualis ei quem diameter subtendit, & producat CD in F, & secetur bifariam angulus FDE recta linea DG, si igitur angulus CDE maior sit dimidio anguli CDG, producat A B ad

partes A, si verò sit minor,
 producat^{ur} ad partes B, æ-
 qualis autem dimidio nō
 potest esse, quia nullus ef-
 fet excessus inter latus rō-
 bi, & diametrum, quod nō
 ponitur. Producta igitur
 AB, vt dictum est in M, fiat
 dimidio anguli CDG, æ-
 qualis angulus MBH, &
 angulo CDE æqualis an-
 gulus MAH, & conue-
 niant AH, BH, in H: con-
 uenient enim, vt inferius
 demonstrabitur. Rursum

angulo MBH equalis constituitur angulus BHL, & compleatur parallelogrammum I A H L, cuius diameter I H. Quoniam igitur angulus M I H externus trianguli H I B, æqualis est duobus internis angulis I H B, I B H, quibus etiam æqualis est angulus C D G: vterque enim est eius dimidius ex constructione, erit angulus M I N angulo C D G æqualis, quare & angulus H I B angulo G D F. Quoniam igitur angulus M I H ostensus est æqualis angulo C D G, & est quoque æqualis duobus internis angulis M A H, I H A, angulus C D G, hoc est duo anguli C D E, E D G duobus M A H, I H A erunt æquales, demptis æqualibus angulis C D E, M A H, reliquis E D G, hoc est G D F reliquo I H A æqualis erit, sed ostensus est angulus G D F æqualis angulo H I B, hoc est H I A, ergo & angulus I H A angulo H I A, erit æqualis; quare & latus A H lateri A I, sed lateri A H æquale est I L, & lateri A I æquale H L, quia parallelogrammum est A I L H, ergo latera A I, I L, L H, H A erunt inter se æqualia, parallelogrammum igitur A I, L H, rombus est, & angulus I A H quem subrendit diameter, æqualis est angulo C D E ex constructione. Et quoniam anguli

56 *VARIORVM PROBLEM.*

anguli HBI, BHI sunt æquales ex constructione, erunt & rectæ IH, IB æquales, sed IB differt ab IA per AB, ergo & IH differet ab ipsa IA per eandem AB. Constructus est igitur romb. IAHB, ut facere oportebat.

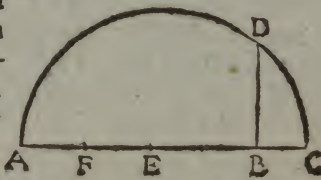
At verò rectas AH, BH convenire sic demonstrabitur. Angulus CDE in prima figura, hoc est MAH maior est dimidio anguli CDG, hoc est angulo MBH, sed angulus MAH, unà cum angulo HAB duobus rectis sunt æquales, ergo angulus HAB, unà cum angulo HBA duobus rectis erunt minores, & ideo convenient AH, BH, quod erat demonstrandum.

In secunda figura, angulus CDE, hoc est MAH minor est dimidio anguli CDG, hoc est angulo MBH, sed angulus HBA, unà cum angulo HBM æquales sunt duobus rectis, ergo angulus HBA, unà cum angulo HAB duobus rectis erunt minores, quocunque igitur casu convenient AH, BH, quod erat demonstrandum.

Problema XXV.

DAT AM rectam lineam secare, ita ut rectangulum sub partibus comprehensum æquale sit ei, quod à differentia partium fit quadrato.

Sit AB data recta linea secanda in duas partes, ita ut rectangulum sub partibus comprehensum, æquale sit quadrato differentie partium. Producat AB in C, ut ipsa AB sit quintupla ipsius BC, & in AC describatur semicirculus ADC, & ex B educatur perpendicularis BD, cui æqualis ponatur BE, & recetur AE bifariam in F, differentia igitur partium AF, FB erit EB, & quoniam AB quintupla est ipsius BC, quintuplum rectanguli ABC, hoc est quintuplū quadrati BD æquale erit quadrato AB, sed quadratum AB æquale est quadrato EB, unà cum quadruplo rectanguli EFB, hoc est AFB, ergo quintuplum quadrati BD, hoc est EB æquale erit quadrato EB, unà cum quadruplo rectanguli AFB: auferatur commune quadratum EB, quadruplum igitur rectanguli AFB quadruplo quadrati EB æquale erit, & consequenter simplum
simplo.



8. Secūdi.

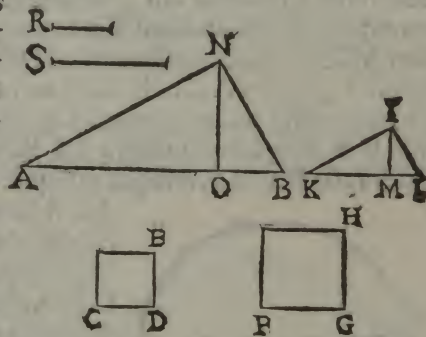
BC, ad extrema basis puncta A, C, rectangulum ABC, æquale erit quadrato FC, differentia videlicet ipsarum AB, BC, quod faciendum erat.

Problema XXVII.

DATAM rectam lineam ita secare, ut rectangulum, quod tota, & altera parte continetur ad quadratum partis reliquæ, datam habeat rationem.

Euclides Propositione vndecima libri secundi, Elementorū docet lineam rectam secare, ut rectangulum sub tota, & altera parte sit æquale quadrato partis reliquæ, at verò ut habeat eam quæ ponitur rationem, sic erit secanda.

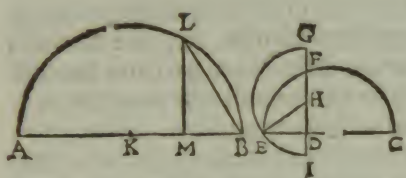
Sit data recta linea AB, quæ oportet secare, ut rectangulum sub tota, & altera parte ad quadratum partis reliquæ rationem habeat ut R, ad S. Exponatur aliquod quadratum CDE, & fiat ut R, ad S, ita quadratum CDE ad quadratum FGH: deinde inueniatur triangulum rectangulum habens vnum ex lateribus angulum rectum ambientibus, æquale ipsi CD, & segmentum basis alternum æquale ipsi FG, id enim iam docuit Problema decimum nonum. Sit igitur illud triangulum IKL rectangulum in I, in quo perpendicularis IM, sit autem latus IL æquale ipsi CD, segmentum KM alternum æquale ipsi FG, & super datam AB, triangulo IKL simile similiterque positum constitutatur triagulum NAB, à cuius angulo recto ANB demittatur perpendicularis NO. Quoniam igitur similia sunt triangu-
la NAB, IKL similiterque posita, erit angulus A æqualis angulo k, & angulus B æqualis angulo L, & anguli ad O, & M sunt recti, & ideo æquales: erit triangulū NOA simile triangulo IMK, & triangulum NOB simile triangulo IML, & ob id ut NB, ad NO, ita erit IL, ad IM, & ut NO, ad OA, ita IM, ad MK, quare ex æquali ut NB, ad AO, ita erit IL, ad MK.



Et

Et quoniam est vt CD, ad IL, ita FG, ad kM, æqualis videlicet ad æqualem, erit permutando vt CD, ad FG, ita IL, ad KM, sed & NB, ad AO, est sicut IL, ad Mk, vt est demonstratum: ergo vt CD, ad FG, ita erit NB, ad AO, & consequenter vt quadratum CD, ad quadratum FG, ita quadratum NB, ad quadratum AO, sed quadratum NB * æquale est rectangulo ABO: est enim * NB media proportionalis inter AB, BO, ergo vt quadratum CD ad quadratum FG, hoc est vt R, ad S, ita erit rectangulum ABO, ad quadratum AO, secta est igitur AB, in O, vt facere oportebat.

17. Sexti.
Ex coroll.
prop. 8.
Sexti.



ALITER quoq; hoc Problema absoluemus.

Sit AB data recta linea secunda: ratio autem rectanguli sub tota, & altera parte ad quadratum partis reliquæ sit vt ED, ad DC. Ponantur in directum ED, DC, & in EC describatur semicirculus EFC, ipsiq; EC ducatur perpendicularis DF, & secetur FD bisariam in H, & iungatur EH, & centro H, interuallo HE describatur circulus, secans FD productam in punctis G, I, & fiat vt GD, ad DE, ita AB, ad Bk: describatur autem in AB semicirculus ALB, in quo accommodetur ipsi Bk, æqualis BL, & demittat ad AB perpendicularis LM. Quoniam igitur æquales sunt GH, HI, & æquales quoque FH, HD, erunt & reliquæ GF, DI æquales. Et quoniam est vt GD, ad DE, ita AB, ad Bk, hoc est ad BL: erit vt quadratum GD, ad quadratum DE, ita quadratum AB, ad quadratum BL, sed quadratum GD ad quadratum DE, est sicut GD, ad DI, & quadratum AB ad quadratum BL, sicut AB, ad BM, est enim * quadratum primæ trium proportionalium ad quadratum secundæ, sicut prima ad tertiam, ergo vt GD, ad DI, hoc est ad FG, ita erit AB, ad BM, per conuersionem rationis, vt GD, ad FD, ita AB ad AM, & permutando vt GD, ad AB, ita erit FD, ad AM.

Ex coroll.
prop. 20.
6.

Rursus quoniam est vt GD ad DE, ita AB ad BL, erit permutando vt GD ad AB, ita DE ad BL, sed ostensum est vt GD ad AB, ita esse FD ad AM, ergo vt DE ad BL, ita erit FD ad AM, & permutando, vt DE ad FD, ita BL ad AM, & vt quadratum DE ad quadratum FD, ita quadratum BL ad AM, quadratum, sed quadratum BL * æquatur rectangulo ABM, est enim BL media proportionalis inter AB & BM, vt igitur quadratum DE ad qua-

17. Sexti.
Cero. pro.
8. Sexti.

H 2 dratum

dratum FD, hoc est vt ED ad DC: prima nempe ad tertiã trium proportionalium, ita erit rectangulum ABM ad quadratũ. AM. Secta est igitur AB data in M, vt secunda proponebatur.

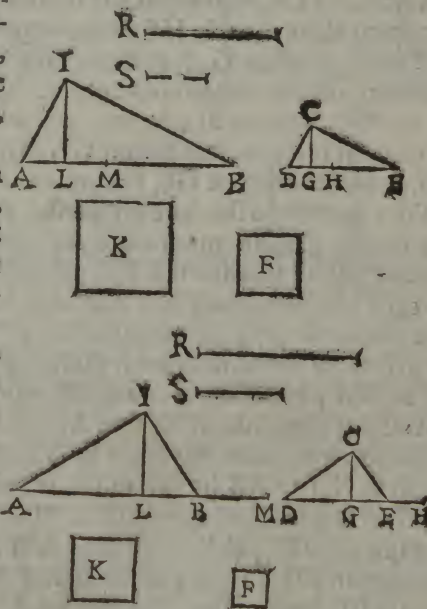
Problema XXVIII.

DAT *AM rectam lineam secare, vt rectangulum sub tota, & altera parte ad quadratum differentie partium, rationem habeat datam.*

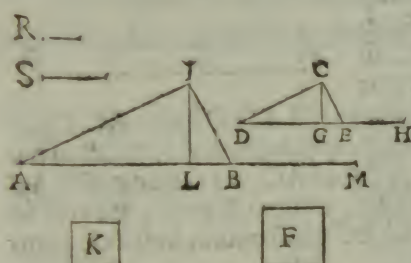
Hoc Problema duos casus habet, vel enim secunda proponitur data recta linea, vt rectangulum sub tota, & parte maiori, vel & parte minori ad quadratum differentie partium ratione habeat datam: primo casu oportebit terminum datæ rationis primum, maiorem esse secundo: rectangulum enim sub tota, & parte maiori, maius est quadrato differentie partium, cum vtraque, tota videlicet, & pars maior: maiores sint quam partium differentia.

Secundus casus nulla indiget determinatione, rectangulum enim sub tota, & parte minori potest esse maius prædicto quadrato, & minus.

Sit igitur data recta linea AB secunda in duas partes, vt rectangulum sub tota, & altera parte ad quadratum differentie partium, rationem habeat vt R, ad S. Exponatur aliquod quadratum k, & fiat vt R ad S, ita K quadratum, ad aliud quadratum quod sit Flatus: autẽ quadrati k intelligatur vnum ex lateribus trianguli angulum rectum ambiẽtibus, maius videlicet in prima figura, quæ ad primum casum pertinet, minus in secunda, & tertia, quæ pertinet ad



ad secundum casum, latus verò quadrati F intelligatur differē-
tia segmentorum basis. Itaque dato vno ex lateribus triangu-
li angulum rectum ambientibus, & differentia segmentorum
basis, inueniatur triangulum, id enim iam docuit Problema
decimum octauum. Sit igitur illud triangulū CDE, in quo per-
pendicularis CG ab angulo recto demissa fecerit basim in duo seg-
menta DG, GE, quorum differentia EH sit æqualis lateri qua-
drati F, & latus CE æquale lateri quadrati K: denique describa-
tur in AB triangulum IAB triangulo CDE simile similiterque
positum, à cuius angulo recto demissa in basim perpendicula-



ris IL secet eam in duo seg-
menta AL, LB, quorū dif-
ferentia sit MB. Quoniam
igitur similia sunt triāgula
IAB, CDE, erit angulus A
æqualis angulo D, & angu-
lus IBL æqualis angulo
CEG, atque anguli ad L, &
G, sunt recti, & ideo æqua-
les, ergo triangulum ILB

simile erit triangulo CGE, & triāgulum ILA triangulo CGD,
& propter similitudinem erit vt BL ad LI, ita EG ad GC, & vt
LI ad LA, ita GC ad GD, ergo ex æquali erit vt BL ad LA: hoc
est ad LM, ita EG ad GD, id est ad GH, & per conuersionem ra-
tionis vt BL ad BM, ita erit EG ad EH.

Et quoniam propter triangulorum similitudinem est vt IB
ad BL, ita CE ad EG, & vt BL ad BM, ita EG ad EH, vt est demō-
stratum, erit ex æquali vt IB ad BM, ita CE ad EH: hoc est ita la-
tus quadrati K ad quadrati F latus, vt igitur quadratum IB ad
quadratum MB, ita erit K quadratum ad F quadratum, sed K
quadratum ad F quadratum est, vt R ad S: ergo vt R ad S, ita erit
quadratum IB ad MB, quadratum, sed quadratum IB * æquale
est rectangulo ABL, est enim IB * media proportionalis inter
AB, LB, ergo vt R ad S, ita erit rectangulū ABL ad quadratum
MB. Secta est igitur AB in L, vt facere oportebat.

17. 6.
Ex coroll.
8. 6.

Problema XXIX.

DAT *AM* rectam lineam, ita secare, vt rectangulum
sub tota, & differentia partium ad quadratum diffe-
rentie,

62 VARIORVM PROBLEM.

rentiæ, rationem habeat datam. Oportet autem datæ rationis terminum primum maiorem esse secundo: rectangulum enim sub tota, & differentia partium maius est quadrato prædictæ differentiæ.

Sit AB data recta linea secunda, ita vt rectangulum sub ipsa AB, & differentia partium ad quadratū ipsius differentiæ, rationem habeat vt R ad S, cuius rationis terminus R sit maior quam S. Secetur

R —————

S —————

1. Sexti.

tur * AB in C, vt sit AB ad AC, sicut R ad S, ipsa verò CB secetur

A — C — D — B

2. Sexti.

bifariam in D, itaque differentia partiū AD, DB, erit AC. Quoniam igitur rectangulum BAC, & quadratum AC eandem habent altitudinem AC, erit * vt AB ad AC, ita rectangulū BAC ad AC quadratum, sed AB ad AC, est sicut R ad S, ergo vt R ad S, ita erit rectangulum BAC ad AC quadratum, Secta est igitur AB in D, vt facere oportebat.

Problema XXX.

DATAM rectam lineam ita secare, vt rectangulum sub tota, & differentia partium, ad quadratum totius, rationem habeat datam. Oportet autem datam rationem esse minoris ad maius: rectangulum enim sub tota, & differentia partium minus est totius lineæ quadrato.

Sit data recta linea AB quā oportet secare, vt rectangulum sub tota, & differentia partium ad quadratum totius AB rationē habeat vt R ad S, cuius rationis terminus R sit minor quam S. Fiat vt S ad R, ita AB ad AC, & secetur CB bifariam in D. Quoniam igitur vt S

R —————

S —————

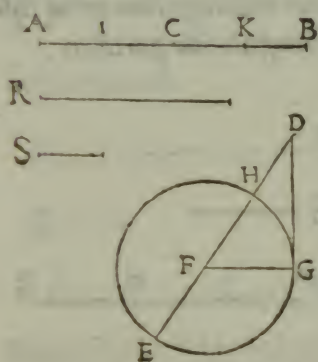
A — C — D — B

ad R, ita est AB ad AC, erit conuertendo vt R ad S, ita AC ad AB, sed vt AC ad AB, ita est rectangulum BAC ad quadratum AB,

AB, eandem enim habent altitudinem AB, ut igitur R ad S, ita erit rectangulum BAC ad AB quadratum: est autem rectangulum BAC illud quod tota AB, & differentia partium AD, DB continetur, quia ipsarum partium differentia est AC, sunt enim CD, DB æquales. Secta est igitur AB in D, ut facere oportebat.

Problema XXXI.

DATAM rectam lineam ita secare, ut rectangulum sub tota, & differentia partium ad rectangulum sub partibus, datam habeat rationem.



Sit data linea recta AB quam oportet secare, ut rectangulum sub tota, & differentia partium ad rectangulum sub partibus rationem habeat ut R ad S. Secetur AB bifariam in C, & fiat ut R ad S, ita AB ad aliam quæ sit FG: ipsi autem FG ducatur perpendicularis GD, ipsi verò AC æqualis, & conectatur FD, & cetro F, intervallo FG describatur circulus, quem secet DF continuata in punctis E, H, & ponantur ipsi HD æquales CK, CI. Quoniam igitur æquales sunt AC,

CB, & æquales quoque IC, CK, sunt æquales & reliquæ AI, KB, & ideo differentia inter A k, KB erit Ik. Et quoniam AB secta est in partes æquales in C, & inæquales in k, rectangulum AkB unà cum quadrato CK æquale * erit quadrato AC: hoc est DG, seu quod idem est rectangulo EDH, recta enim DG tangit circulum in G, sed rectangulū EDH æquale * est rectangulo EHD unà cum quadrato HD, ergo rectangulum AKB, unà cum quadrato CK æquale erit rectangulo EHD, unà cum quadrato HD: auferantur æqualia quadrata CK, HD, reliquum igitur rectangulum AkB reliquo rectangulo EHD æquale erit.

Et quoniam est ut R ad S, ita AB ad FG, hoc est ad FH, ut autem AB ad FH ita rectangulum AB CK ad rectangulum FHD: æquales enim habent altitudines Ck, HD, erit ut R ad S, ita rectangulum

3. Secūdi.

3. Secūdi.

ctangulum AB, Ck ad rectangulum FHD, & consequenter ita duplum rectanguli AB, Ck ad duplum rectanguli FHD, hoc est ita rectangulum AB, Ik ad rectangulum EHD, sed rectangulū EHD ostensum est æquale rectangulo AkB, ergo vt R ad S, ita erit rectangulum AB, Ik ad rectangulum AKB. Secta est igitur AB in k, vt facere oportebat.

Problema XXXII.

DAT AM rectam lineam ita secare, vt rectangulum sub tota, & altera parte ad rectangulum sub partibus, rationem habeat datam. Oportet autem datæ rationis terminum primum maiorem esse secundo: rectangulum enim sub tota, & altera parte maius est rectangulo sub partibus.

Sit data recta linea AB secāda in duas partes, vt rectangulū sub tota, & vna parte ad rectāgulum sub partibus, rationem habeat vt R ad S, cuius rationis terminus R sit maior quā S. Secetur * AB in C, vt sit AB ad AC, sicut R ad S, ergo factum erit quod proponitur: est enim vt AB ad AC, ita rectangulum ABC ad rectangulū ACB propter eandem altitudinem CB, sed AB ad AC est sicut R ad S, ex cōstructione, ergo vt R ad S, ita erit rectangulū ABC ad ACB rectangulū. Secta est igitur AB in C, vt faciendum erat.

R _____

S _____

A _____ C _____ B

Problema XXXIII.

DAT AM rectam lineam ita secare, vt rectangulum sub tota, & vna parte ad rectangulum sub tota, & altera parte, rationem habeat datam.

Sit AB data recta linea secanda in duas partes, ita vt rectāgulum sub tota, & vnā parte ad rectangulū sub tota, & altera parte rationem habeat vt R ad S. Hoc autem nihil aliud est nisi ipsam AB secare in duas partes, ita vt partium ratio sit eadē quæ R ad S,

R ad S, secetur enim in C, ut sit AC ad CB, sicut R ad S. Quo-10. Sexi.

R —

S —

A — C — B

ma efficit, quare factum est quod oportebat.

niā igitur rectangula BAC, ABC eandem habent altitudinem AB, erit ut AC ad CB, ita rectangulum BAC ad rectangulū ABC, sed AC ad CB, est sicut R ad S, ex constructione; ergo ut R ad S, ita erit rectangulum BAC ad ABC, rectangulum. Punctum igitur C Proble-

Problema XXXIV.

DATAM rectam lineam ita secare, ut quadratum alterius partis ad rectangulum sub partibus, rationem habeat datam.

R —

S —

A — C — B

ti satisfaciet: erit enim ut AC ad CB, ita quadratū AC ad rectangulum ACB propter eandem altitudinem AC, sed AC ad CB, est sicut R ad S, ex constructione, ergo ut R ad S, ita erit quadratum AC ad rectangulum ACB, punctum igitur C problemati satisfacit, quare factum est quod oportebat.

Sit AB secanda in duas partes, ita ut quadratū alterius partis, ad rectangulum sub partib. rationem habeat ut R ad S. Constructio huius problematis eadem est q̄ precedētis: si enim AB secetur in C, ita ut AC ad CB, rationē habeat ut R ad S, punctum C problema-

Problema XXXV.

DATAM rectam lineam ita secare, ut quadratum alterius partis ad quadratum differentie partium, rationem habeat datam.

Hoc Problema duos casus habet: vel enim datam rectam lineam secare oportet, ut quadratū partis maioris, vel partis minoris ad quadratum differentie partium, rationem habeat da-

I tam,

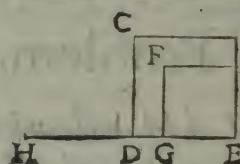
tam : primo casu oportebit datam rationē, esse maioris nempe ad minus: pars enim maior, maior est quam partiū differentia. Secundus casus non indiget determinatione, pars enim minor potest esse maior prædicta differentia, & etiam minor.

Sit igitur data recta linea AB
 quæ oportet ita secare, ut quadratū
 alterius partis, ad quadratum dif-
 ferentiæ partiū rationē habeat
 ut R ad S. Exponat aliquod qua-
 dratum CDE, & fiat ut R ad S, ita
 quadratū CDE, ad aliud quadra-
 tum quod sit FGE, & ED dupli-
 cetur in H, ipsa autē AB secetur
 bifariā in I, & fiat ut HG ad GE,
 ita AI ad IK: ergo in prima figu-
 ra quæ ad primum casum perti-
 net, erit componendo, in secūda
 verò & tertia, quæ pertinent ad
 secundum casum, erit diuidēdo,
 ut HE ad GE, ita Ak ad Ik, & du-
 platis consequentib. ut HE ad du-
 plā GE, seu quod idem est ut DE,
 quæ est dimidia ipsius HE ad GE
 simplā, est. n. eadē ratio totius ad
 totum quæ dimidiū ad dimidiū,
 ita erit Ak ad duplam IK quæ sit
 LK: quare ut quadratum DE ad
 quadratum GE, ita erit quadra-
 tum Ak ad Lk quadratū, sed qua-
 dratum DE ad quadratū GE, est
 sicut R ad S, ex cōstructione, ergo
 ut R ad S, ita erit quadratum
 AK ad quadratum Lk, differentię
 videlicet partiū Ak, k B, cum
 enim AI, IB sint æquales, & æ-
 quales quoque LI, IK, fiunt &
 AL, KB æquales, & ideo differen-
 tia inter AK, KB, est Lk. Seta est
 igitur AB in k, & impleta Proble-
 matis conditio.

R —————

S —————

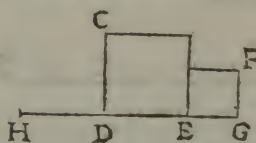
A L I K B



R —————

S —————

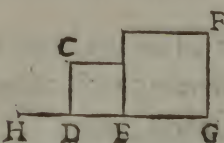
A K I L B



R —————

S —————

A K I L B



Problema

Problema XXXVI.

DAT *AM* rectam lineam ita secare, ut partium quadrata datam teneant rationem.

R —————

S —————

A ————— C ————— B



Sit data recta linea *AB* secāda in duas partes, ita ut partium quadrata rationē teneant ut *R* ad *S*. Exponatur aliquod quadratū *k*, & fiat ut *R* ad *S*, ita *k* quadratum ad aliud quadratū quod sit *F*. Deinde secet *AB* in *C*, ut sit *AC* ad *CB*, sicut latus quadrati *k* ad quadrati *F* latus. Quoniam igitur est ut *AC* ad *CB*, ita latus quadrati *K* ad quadrati *F* latus, erit ut quadratum *AC* ad quadratū *CB*, ita *k* quadratum ad *F* quadratū, sed *k* quadratum ad *F* quadratum, est sicut *R* ad *S*, ex constructione, ergo ut *R* ad *S*, ita erit quadratum *AC* ad *CB* quadratum. Secta est igitur *AB* in *C*, ut facere oportebat.

Problema XXXVII.

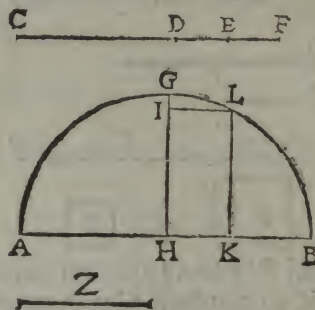
DAT *AM* rectam lineam ita secare, ut partium quadrata simul sumpta ad rectangulum sub partibus, rationem habeant datam. Oportet autem datæ rationis terminum primum non esse minorem duplo secundi: minimū enim aggregatum quadratorum duplum est rectanguli sub partib. maximi, hoc aut accidit quando data linea secta est bifariā.

Sit data recta linea *AB* quam oportet, ita secare, ut partium quadrata simul sumpta ad rectangulum sub partibus rationem habeant ut *CD* ad *DE*, cuius rationis terminus *CD* non sit minor duplo ipsius *DE*. Secetur *AB* bifariā in *H*, & in ea describatur semicirculus *AGB*, ipsiq; *AB* ducatur perpendicularis *HG*, & *DE* duplicetur in *F*, & fiat ut *CF* ad *EF*, ita quadratum *AB* ad aliud quadratum cuius latus sit *Z*: quadratum igitur *AB* nō erit minus quadruplo, quadrati *Z*, quia & *CF* non est minor quam *EF* quadrupla, ergo ipsa *AB* non erit minor duplo lateris *Z*, & consequenter *HG*, dimidia videlicet ipsius *AB* non minor q̃ *Z*.

1 2 Sumatur

Sumatur ergo in HG ipsi Z, æqualis HI, & per I agatur ipsi AB parallela IL, & ad AB demittatur perpendicularis Lk, erit igitur Lk æqualis IH, hoc est ipsi Z. Et Quoniam est vt CF ad EF, ita quadratum AB ad quadratum Z, hoc est ad quadratum Lk: seu quod idem est ad rectangulū

AKB, duplatis cōsequentib. erit vt CF ad DF, ita quadratum AB, hoc est * aggregatum quadratorum Ak, KB vnā cum duplo rectanguli AkB ad duplum rectanguli AkB, & diuidendo erit vt CD ad DF, ita aggregatum quadratorum Ak, KB ad duplum rectanguli AkB, & subduplaris cōsequentib. erit vt CD ad DE, ita aggregatum quadratorū AK, kB ad rectangulū AkB. Secta est igitur AB in K, vt facere oportebat.

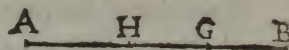


L E M M A.

Rectangulum sub aggregato, & differentia duorum laterum æquale est excessui quadratorum à lateribus.

Sint duo latera, A G maius, G B minus, ipsi autē GB ponatur æqualis GH, differētia igitur laterū AG, GB erit AH. Dico rectangulū BAH æquale esse excessui quadratorum

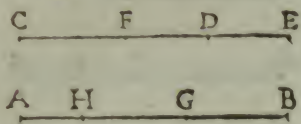
AG, GB. Quoniam enim HB secta est bifariam in G, & ei adiecta HA, rectangulū BAH, vnā cum quadrato GB * æquale erit quadrato AG, auferatur vtrunque quadratum GB, reliquum igitur rectangulum BAH æquale erit excessui quadratorum AG, GB, quod erat demonstrandum.



Problema XXXVIII.

DATAM rectam lineam ita secare, vt partium quadrata simul sumpta ad rectangulum sub tota, & differentia partium, rationem habeant datam. Oportet autem datam rationem esse maioris ad minus: quadrata enim partium simul

*simul sumpta maiora sunt rectangulo sub tota, & differ-
entia partium, quandoquidem illud rectangulum ex anteced.
Lem. æquale est excessui quadratorum.*



Sit igitur data recta linea AB
quā oportet secare in duas par-
tes, ut partium quadrata simul
sumpta ad rectangulum sub to-
ta, & differentia partium ratio-
nem habeāt ut CD ad DE, quo-

rum terminorum rationis CD sit maior quam DE. Sumatur
in CD ipsi DE æqualis DF, & *secetur AB in G, ut quadratum ^{35. His-}
AG ad quadratum GB rationem habeat eandē, quam habet CE ^{ius.}
ad CF, ipsi autem GB ponatur æqualis GH, erit igitur per con-
versionem rationis, ut quadratum AG ad excessum quadrato-
rum AG, GB, hoc est ad *rectangulum BAH, ita CE ad FE, &
duplatis antecedentibus, ut duplum quadrati AG, hoc est *vt ^{Ex antec.}
aggregatum quadratorum AG, GB, vnā cum rectangulo BAH, ^{Lem.}
ad rectangulum BAH, ita erit dupla CE ad FE, hoc est ad duplā
DE, & ideo ita CE simpla ad simplam DE: est enim eadem ra-
tio dupli ad duplum quæ simpli ad simplū, ergo diuidendo erit
aggregatum quadratorum AG, GB ad rectangulum BAH, sicut
CD ad DE, Secta est igitur AB in duas partes AG, GB quarum
partium quadrata simul sumpta ad rectangulum sub tota AB,
& differentia partium AG, GB, rationem habent ut CD ad DE,
quod facere oportebat.

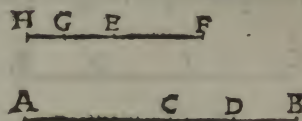
At verò duplum quadrati AG æquale esse aggregato quadra-
torum AG, GB, vnā cum rectangulo BAH, sic demonstrabitur.
Quoniam enim quadratum AG æquale * est rectangulo BAH, ^{6 Secūdi.}
vnā cum quadrato GB, addito communi quadrato AG, duplū
quadrati AG æquale erit aggregato quadratorum AG, GB, vnā
cum rectangulo BAH, quod erat demonstrandum.

Problema XXXIX.

DAT AM rectam lineam ita secare, ut partium qua-
drata simul sumpta ad totius lineæ quadratum, ratio-
nem habeant datam. Oportet autem datæ rationis terminum
secundum, maiorem esse primo, non autem duplo primi: qua-
dratum

dratum enim totius lineæ maius est quadratis partium, duplo autem ipsorum quadratorum non est maius.

Sit AB data recta linea secāda in duas partes, vt partiū quadrata simul sumpta, ad quadratum totius AB rationē habeant vt EF ad FG, cuius rationis terminus FG sit maior quam EF,



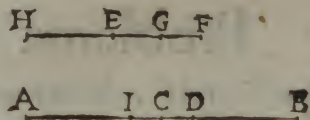
non autem quam duplum ipsius EF. Duplicetur FE in H, & secetur AB bifariam in C, & fiat vt FG ad GH, ita quadratum AC ad quadratum CD, ergo conuertendo erit vt HG ad GF, ita quadratum CD ad AC quadratum, & componendo vt HF ad GF, ita aggregatum quadratorum AC, CD ad AC quadratum, & duplatis consequentib. vt HF ad GF duplā, hoc est vt EF ad GF, (est enim eadē ratio dimidij ad dimidium quæ totius ad totū,) ita erit aggregatum quadratorum AC, CD ad duplum quadrati AC, & ita duplum quadratorum AC, CD ad quadruplū quadrati AC, hoc est ad quadratum AB, sed duplum quadratorum AC, CD æquale * est quadratis AD, DB, vt igitur EF ad FG, ita erit aggregatum quadratorum AD, DB ad AB, quadratū. Secta est igitur AB in duas partes AD, DB, quarum quadrata simul sumpta ad quadratum totius AB, rationē habent vt EF ad FG, quod erat faciendum.

p. Secūdi.

Problema XL.

DATAM rectam lineam ita secare, vt partium quadrata simul sumpta, ad quadratum differentie partium datam habeant rationem. Oportet autem datam rationem esse maioris ad minus.

Sit data recta linea AB secanda in duas partes, vt partiū quadrata simul sumpta ad quadratū differentie partium rationem habeant vt EF ad FG, quæ ratio sit maioris ad minus. Duplicet



FE in H, & AB secetur bifariā in C, & fiat vt HG ad GF, ita quadratum AC ad quadratū CD, ipsi autē CD ponatur æqualis CI.

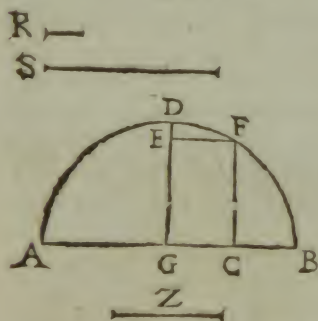
Quoniam

Quoniam igitur AC, CB sunt æquales, & æquales quoque IC, CD, sunt & reliquæ AI, DB æquales, quare differentia partium AD, DB erit ID: Et quoniam est ut HG ad GF, ita quadratum AC ad CD quadratum, erit componendo ut HF ad GF, ita aggregatū quadratorum AC, CD ad quadratū CD, & duplatis consequētibz ut HF ad duplā GF, hoc est ut EF ad GF, (est enim eadē ratio dimidiij ad dimidiū quæ totius ad totū) ita erit aggregatū quadratorū AC, CD ad duplum quadrati CD, & ita duplū quadratorū AC, CD ad quadruplū quadrati CD, hoc est ad quadratū ID, sed duplū quadratorū AC, CD æquale* est quadratis AD, DB, ut igitur EF ad FG, ita erit aggregatū quadratorū AD, DB ad quadratum ID. Secta est igitur AB in D, ut facere oportebat.

2 Secūdi

Problema XLI.

DAT AM rectam lineam ita secare, ut rectangulum sub partibus ad quadratum totius lineæ, datā habeat rationem. Oportet autem datæ rationis, terminum secundum non esse minorem quadruplo primi: quadratum enim totius lineæ quadruplum est rectanguli sub partibus maximij, hoc autem accidit quando linea data secta est bifariam.



Sit igitur AB data recta linea secanda in duas partes, ut rectangulū sub partibz ad quadratū totius AB rationē habeat ut R ad S, cuius rationis terminus S, non sit minor quadruplo ipsius R. Secetur AB bifariam in G, & in ea describatur semicirculus ADB, à pūcto autē G ducatur ipsi AB perpendicularis GD, & fiat ut S ad R, ita quadratum AB ad aliud quadratum cuius latus sit Z.

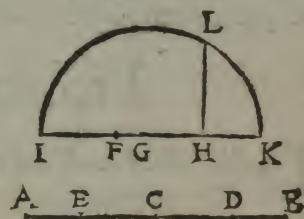
Quoniam igitur S nō est minor quadruplo ipsius R, quadratū AB nō erit minus quadruplo quadrati Z, neque ideo recta AB minor, erit duplo lateris Z, nec denique GD, hoc est dimidia AB minor erit quā Z, tumat ergo in GD ipsi Z æqualis GE, & ipsis AB, DG parallelæ agantur EF, FC, erit igitur FC, æqualis EG, hoc est ipsi Z. Et quoniam est ut S ad R, ita quadratum

quadratum AB ad quadratum Z, hoc est ad FC quadratum, seu quod idem est ad rectangulū ACB, erit conuertendo vt R ad S, ita rectangulum ACB ad AB quadratum. Secta est igitur AB in G, vt facere oportebat.

Problema XLII.

DAT *AM rectam lineam ita secare, vt rectangulum sub partibus ad quadratum differentiae partium, datam habeat rationem.*

Sit data recta linea AB secanda in duas partes, vt rectangulum sub partib. ad quadratū differentiae partium rationē habeat vt FG ad GH. Secetur AB bifariam in C, & duplicetur GH in K, ipsa verò GF quadruplicetur in I, & in Ik describatur semicirculus ILK, à puncto autē H excitetur ad IK perpendicularis HL, & fiat vt IH ad HL, ita AC ad CD,



ipsiq; CD ponatur æqualis CE. Quoniam igitur æquales sunt AC, CB, & æquales quoque EC, CD, fiunt & reliquæ AE, DB æquales, quare differentia ipsarum AD, DB erit ED. Et qm̄ est vt IH ad HL, ita AC ad CD, erit vt quadratum IH ad quadratum HL, ita quadratum AC ad CD quadratum, sed quadratū IH ad quadratum HL, est vt IH ad Hk: est enim * vt quadratum primæ trium proportionalium ad quadratū secundæ, ita prima ad tertiam, vt igitur IH ad HK, hoc est ad HG, ita erit quadratum AC ad quadratum CD, & diuidēdo erit vt IG, hoc est vt quadrupla FG ad GH, ita excessus quadratorum AC, CD ad quadratū CD, & quadruplatis consequentib. vt FG quadrupla ad GH quadruplam, seu quod idem est vt FG simpla ad simplam GH: est enim eadem ratio vtrobique, ita erit excessus quadratorum AC, CD ad quadruplum quadrati CD, hoc est ad quadratum ED, sed excessus quadratorum AC, CD æqualis est rectangulo DAE, hoc est ADB ex Lemmate in Prob. 37, ergo vt FG ad GH, ita erit rectangulum ADB ad quadratū ED. Secta est igitur AB in duas partes AD, DB sub quibus rectangulum ADB ad quadratū differentiae ipsarum rationem habet vt FG ad GH, quod erat faciendum.

Coroll. 2.
20. Sexti.

F I N I S.

951

005266563